Министерство образования и науки РФ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Тульский государственный университет

Кафедра физики

Муравлева Л.В.
Семин В.А.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическии занятиям
по дисциплине
ФИЗИКА

Часть 6.

Тула 2010

1. Волны де Бройля.

Если электромагнитное излучение с длиной волны $\lambda = 2\pi c/\omega$ должно проявлять свойства частицы-фотона с энергией $E = \hbar\omega = 2\pi\hbar c/\lambda$ и импульсом $p = E/c = 2\pi\hbar/\lambda$, то и материальные частицы с импульсом $\vec{p}$, (массой m и скоростью v) должны обладать свойствами волн с длиной волны

$$\lambda_{\text{Б}} = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{m\mathrm{v}} \qquad (1.1).$$

Такая волна называется **волной де Бройля.**

В замкнутом пространстве электромагнитное излучение находится в устойчивом состоянии в виде стоячих волн. Поэтому можно ожидать устойчивого состояния "стоячей" волны де Бройля электрона в атоме, когда вдоль орбиты укладывается целое число волн де Бройля:

$$2\pi r_n = n\lambda_{\text{Б}}, \quad n = 1, 2, 3, ... \qquad (1.2)$$

Из формул (1) и (2) следует **правило квантования Бора**, определяющее радиусы разрешенных электронных орбит:

$$L_n = m\mathrm{v}_n r_n = n\hbar, \; n = 1, 2, 3, ... \qquad (1.3)$$

Здесь m – масса электрона, v_n – его скорость на орбите с радиусом r_n. Момент импульса электрона L_n может быть равен только целому числу постоянных Планка $\hbar$. (т.е. $\hbar$ – это квант момента импульса).

Рассмотрим модель водородоподобного или одноэлектронного атома, когда вокруг ядра с зарядом $+Ze$ вращается по орбите с радиусом r_n единственный электрон под действием силы Кулона

$$\frac{Ze \cdot e}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = \frac{m\mathrm{v}_n^2}{r_n} \qquad (1.4)$$

Используя уравнение (3) и (4) можно вывести разрешенные радиусы орбит:

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2 \hbar^2}{mZe^2} = n^2 r_1, \; n = 1, 2, 3, ... \qquad (1.5)$$

где $r_1 = \dfrac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{mZe^2}$ – **боровский радиус** или радиус первой боровской орбиты.

Из курса электромагнетизма известна формула для работы электрического поля над частицей с зарядом q, проходящей разность потенциалов $\Delta\varphi$:

$$A_{\text{поля}} = q\Delta\varphi \qquad (1.6)$$

Так как работа всех сил над частицей равна изменению ее кинетической энергии $A_{\text{поля}} = \Delta E_k$, то в случае ускорения частицы с нулевой начальной скоростью в электрическом поле, кинетическую энергию частицы можно найти по формуле:

$$\frac{m\mathrm{v}^2}{2} = \frac{p^2}{2m} = q\Delta\varphi \qquad (1.7)$$

Задача 1

Микрочастица с массой m и зарядом q, ускоренная разностью потенциалов $\Delta\varphi$ из состояния покоя, обладает длиной волны де Бройля $\lambda_{\text{Б}}$. Найти $\Delta\varphi$. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m = 6{,}4\cdot10^{-27}$ кг; $q = 3{,}2\cdot10^{-19}$ Кл; $\lambda_{\text{Б}} = 10^{-12}$ м.

Решение:

Из формулы (1.1) выразим импульс частицы и подставим его в формулу (1.7):

$$p = \frac{2\pi\hbar}{\lambda_{\text{Б}}} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{p^2}{2mq} = \frac{4\pi^2\hbar^2}{\lambda_{\text{Б}}^2\cdot 2mq} = \frac{2\pi^2\cdot10^{-68}}{10^{-24}\cdot 6{,}4\cdot10^{-27}\cdot 3{,}2\cdot10^{-19}} = 96{,}4\ \text{В}$$

Ответ: 96,4 В

Задача 2

Электрон находится на третьей боровской орбите атома, радиус которой $r_3 = 0{,}48$ нм. Во сколько раз увеличится длина волны де Бройля этого электрона при переходе на четвертую орбиту? Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг.

Решение:

Из формулы (1.5) рассчитаем радиус первой, а затем и четвертой боровской орбиты:

$$r_1 = \frac{r_3}{3^2} \quad \Rightarrow \quad r_4 = r_1 \cdot 4^2 = \frac{16 r_3}{9}. \tag{1.8}$$

Выражая из формулы (1.3) длину волны де Бройля на разных орбитах, найдем их отношение:

$$\frac{\lambda_4}{\lambda_3} = \left(\frac{2\pi r_4}{4}\right) \Big/ \left(\frac{2\pi r_3}{3}\right) = \frac{3 r_4}{4 r_3} = \frac{3}{4 r_3} \cdot \frac{16 r_3}{9} = \frac{4}{3}$$

Ответ: увеличится в 1,33 раза.

1-1. Микрочастица с массой m и зарядом q ускорена разностью потенциалов $\Delta\varphi$ из состояния покоя. Найти длину волны де Бройля этой микрочастицы (в пм).
Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m = 6{,}4 \cdot 10^{-27}$ кг; $q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл; $\Delta\varphi = 1$ В.

Ответ: 9,82 пм

1-2. Электрическое поле совершило работу A над покоившейся микрочастицей с массой m. Найти длину волны де Бройля ускоренной микрочастицы. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m = 6{,}4 \cdot 10^{-27}$ кг; $A = 1$ эВ.

Ответ: 13,9 пм

1-3. Электрическое поле совершило работу A над покоившейся микрочастицей с массой m, при этом длина волны де Бройля микрочастицы стала равна $\lambda_Б$. Найти работу поля A (в эВ).
Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m = 6{,}4 \cdot 10^{-27}$ кг; $\lambda_Б = 10^{-12}$ м.

Ответ: 193 эВ

1-4. Электрон находится на третьей боровской орбите атома, радиус которой $r =$ 0,48 нм. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m =$ $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.
а) Найти длину волны де Бройля этого электрона (в нм).
б) Чему станет равна длина волны де Бройля этого электрона (в нм) на четвертой боровской орбите?
в) Чему равна скорость этого электрона (в км/с)?
г) Чему равен импульс этого электрона?
д) Чему станет равен импульс этого электрона при переходе на четвертую орбиту?

е) Чему станет равна скорость этого электрона (в км/с) при переходе на четвертую орбиту?
ж) Чему станет равна кинетическая энергия этого электрона (в эВ) при переходе на четвертую орбиту?

Ответы: а) 1,01 нм; б) 1,34 нм; в) 687 км/с; г) $6{,}25 \cdot 10^{-25}$ кг·м/с; д) $4{,}69 \cdot 10^{-25}$ кг·м/с; е) 515 км/с; ж) 0,755 эВ;

1-5. Электрон находится на третьей боровской орбите атома, радиус которой $r =$ 0,48 нм. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m =$ $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.
а) Во сколько раз увеличится момент импульса этого электрона при переходе на четвертую орбиту?
б) На сколько электрон-вольт уменьшится кинетическая энергия этого электрона при переходе на четвертую орбиту?
в) На сколько нанометров увеличится длина волны де Бройля этого электрона при переходе на четвертую орбиту?
г) На сколько увеличится момент импульса этого электрона при переходе на четвертую орбиту?
д) Во сколько раз уменьшится кинетическая энергия этого электрона при переходе на четвертую орбиту?
е) Во сколько раз уменьшится импульс этого электрона при переходе на четвертую орбиту?
Ответы: а) 1,33 раз; б) 0,587 эВ; в) 0,335 нм; г) 10^{-34} Дж·с; д) 1,78 раз; е) 1,33 раз.

2. Физический смысл волновой функции микрочастицы.

Если состояние движения частицы описывается волновой функцией $\psi(\vec{r}, t)$, то вероятность ее обнаружения в пределах малого объема dV в момент времени t определяется формулой

$$dP = \left|\psi(\vec{r}, t)\right|^2 dV \qquad (2.1)$$

Здесь $\vec{r}$ – радиус-вектор не частицы, а участка пространства с объемом dV. Таким образом микрочастицу можно рассматривать, как объект, "размазанный" в пространстве с **объемной плотностью вероятности** $|\psi|^2$.

Вероятность того, что в данный момент времени t частица присутствует "где-то" равна 1. Поэтому, проинтегрировав выражение (6) по всему объему нашего мира, мы получим **условие нормировки волновой функции**:

$$\int \left|\psi(\vec{r}, t)\right|^2 dV = 1 \qquad (2.2)$$

Если микрочастица находится в замкнутом ограниченном пространстве, то интеграл (2.2) необходимо брать в пределах этого пространства. Примером может служить частица, находящаяся в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечными стенками и шириной *a*. Тогда нормировочный интеграл (2.2) будет выглядеть так:

$$\int_0^a \left|\psi\left(x,t\right)\right|^2 dx = 1$$

Если волновая функция сферически симметрична, то формулу (2.1) можно переписать в виде:

$$dP = \left|\psi\right|^2 4\pi r^2 dr \qquad (2.3)$$

Функцию $f = \dfrac{dP}{dr} = \left|\psi\right|^2 4\pi r^2$ можно назвать радиальной плотностью вероятности. Чтобы найти расстояние от центра силового поля до точки, где вероятность обнаружения микрочастицы максимальна, надо исследовать функцию *f* на экстремум, т.е. $\dfrac{df}{dr} = 0$.

В декартовой системе координат в одномерном случае, когда $\psi = \psi\left(x,t\right)$, координату точки, где вероятность обнаружения микрочастицы максимальна, можно найти, исследовав на экстремум функцию

$$f = \frac{dP}{dx} = \left|\psi\left(x,t\right)\right|^2$$

Задача 3

ψ-функция некоторой частицы имеет вид $\psi = \dfrac{A}{r} e^{-r/\alpha}$, где r – расстояние от этой частицы до силового центра; $\alpha = 10^{-10}$ м. Используя условие нормировки, определите коэффициент *A*.

Решение:

Так как волновая функция сферически симметрична, то выражение для объема $dV = 4\pi r^2 dr$ подставляем в формулу (2.2) и рассчитываем нормировочный интеграл, который должен быть равен 1:

$$\int_0^\infty \frac{A^2}{r^2} e^{-2r/\alpha} 4\pi r^2 dr = 4\pi A^2 \int_0^\infty e^{-2r/\alpha} dr = 4\pi A^2 \left. \frac{e^{-2r/\alpha}}{-2/\alpha} \right|_0^\infty = 2\pi\alpha A^2 = 1$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\cdot 10^{-10}}} = 3,99\cdot 10^4 \text{ м}^{-1/2}$$

Ответ: $3{,}99\cdot 10^4$ м$^{-1/2}$

Задача 4

Найти координату x микрочастицы в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной a=10^{-9} м с бесконечными стенками, при которой плотность вероятности ее нахождения максимальна. Волновая функция микрочастицы имеет вид $\psi = Ax^5\left(a-x\right)^2$

Решение:

Плотность вероятности максимальна, когда квадрат модуля волновой функции максимален, т.е. модуль волновой функции имеет экстремум.

Условие экстремума: $\dfrac{d\left|\psi\right|^2}{dx} = 0$.

$$\frac{d}{dx}\left(A^2x^{10}\left(a-x\right)^4\right) = A^2 10x^9\left(a-x\right)^4 - A^2x^{10}4\left(a-x\right)^3 = 0$$

$$A^2x^9\left(a-x\right)^3\left(10\left(a-x\right)-4x\right) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$x_1 = 0;\ x_2 = a;\ x_3 = 10a/14 = 0{,}714\cdot 10^{-9}\,\text{м}$$

Ответ: 0,714 нм

2-1. ψ-функция некоторой частицы имеет вид $\psi = \dfrac{A}{r}e^{-r/\alpha}$, где r – расстояние от этой частицы до силового центра; $\alpha = 10^{-10}$ м.
Определить плотность вероятности нахождения этой частицы на расстоянии r от начала координат. $A = \sqrt{\dfrac{1}{2\pi\alpha}}$, $r = 2\cdot10^{-10}$ м.

Ответы: $7{,}29\cdot10^{26}$ м^{-3}

2-2. ψ-функция некоторой частицы имеет вид $\psi = Ae^{-r/\alpha}$, где r – расстояние от этой частицы до силового центра; $\alpha = 10^{-10}$ м.
а) На каком удалении r от начала координат (в нм) вероятность нахождения микрочастицы максимальна?
б) Определить плотность вероятности нахождения этой частицы на расстоянии r от начала координат. $A = \sqrt{\dfrac{1}{\pi\alpha^3}}$, $r = 2\cdot10^{-10}$ м.

Ответы: а) 0,1 нм; б) $5{,}83\cdot10^{27}$ м^{-3}

2-3. ψ-функция некоторой частицы имеет вид $\psi = A\sin\frac{\pi x}{a}$, где a – ширина ямы. Используя условие нормировки, определите коэффициент A. $a = 10^{-9}$ м.

Ответ: $4{,}47 \cdot 10^4$ м$^{-1/2}$

2-4. Микрочастица в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечными стенками имеет волновую функцию $\psi = Ax(a-x)$,
где $A^2 = 3 \cdot 10^{46}$ м$^{-5}$. Найти ширину ямы a.

Ответ: 1 нм

2-5. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид $\psi = A\frac{e^{-\alpha r}}{r}$, где r – расстояние от этой частицы до силового центра; α – некоторая постоянная. Определить плотность вероятности нахождения этой частицы на расстоянии r от начала координат.

$A = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}$, $r = 2 \cdot 10^{-10}$ м, $\alpha = 10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: $7{,}29 \cdot 10^{26}$ м$^{-3}$

2-6. Найти максимальную плотность вероятности нахождения микрочастицы в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной a=10^{-9} м с бесконечными стенками, если волновая функция имеет вид

а) $\psi = Ax^2(a-x)^2$. $A^2 = 6{,}3 \cdot 10^{83}$ м$^{-9}$; б) $\psi = Ax(a-x)$. $A^2 = 3 \cdot 10^{46}$ м$^{-5}$.

в) $\psi = Ax^3(a-x)$. $A^2 = 2{,}52 \cdot 10^{83}$ м$^{-9}$; г) $\psi = Ax(a-x)^2$. $A^2 = 1{,}05 \cdot 10^{65}$ м$^{-7}$.

д) $\psi = Ax^2(a-x)$. $A^2 = 1{,}05 \cdot 10^{65}$ м$^{-7}$. Ответы:

а) $2{,}46 \cdot 10^9$ м$^{-1}$; б) $1{,}88 \cdot 10^9$ м$^{-1}$; в) $2{,}8 \cdot 10^9$ м$^{-1}$; г) $2{,}3 \cdot 10^9$ м$^{-1}$; д) $2{,}3 \cdot 10^9$ м$^{-1}$

2-7. Найти координату x микрочастицы в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной a=10^{-9} м с бесконечными стенками, при которой плотность вероятности ее нахождения максимальна. Волновая функция микрочастицы имеет вид

а) $\psi = Ax^4(a-x)$; б) $\psi = Ax(a-x)^2$; в) $\psi = Ax(a-x)^3$.

г) $\psi = Ax^3(a-x)$

Ответы: а) 0,8 нм; б) 0,333 нм; в) 0,25 нм; г) 0,75 нм.

2-8. Волновая функция микрочастицы определена только в области $0 \le x \le a$, где $a = 10^{-9}$ (ширина ямы).

а) $\psi = A\sin\frac{2\pi x}{a}$; б) $\psi = A\sin\frac{3\pi x}{a}$; в) $\psi = A\sin\frac{4\pi x}{a}$;

г) $\psi = A\sin\frac{5\pi x}{a}$; д) $\psi = A\sin\frac{8\pi x}{a}$

А) Найти минимальное расстояние между точками, в которых вероятность обнаружения частицы максимальна.
Б) Найти максимальное расстояние между точками, в которых вероятность обнаружения частицы максимальна.

Ответы: А) а) 0,5 нм; б) 0,333 нм; в) 0,25 нм; г) 0,2 нм; д) 0,125 нм
Б) а) 0,5 нм; б) 0,667 нм; в) 0,75 нм; г) 0,8 нм; д) 0,875 нм

2-9. Свободная микрочастица имеет сферически симметричную волновую функцию $\psi = Ae^{-r/\alpha}$, где $A = \frac{1}{\sqrt{\pi\alpha^3}}$, $\alpha = 10^{-10}$ м. Определить расстояние r от частицы до силового центра (в нм), где плотность вероятности нахождения микрочастицы равна $5{,}83 \cdot 10^{27}$ м$^{-3}$.

Ответ: 0,2 нм

2-10. Волновая функция, описывающая состояние электрона в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками имеет вид

а) $\psi = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{2\pi x}{a}$; б) $\psi = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{4\pi x}{a}$ в) $\psi = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{5\pi x}{a}$, где $a = 10^{-9}$ м.

Определить кординату x электрона (в нм), где плотность вероятности его нахождения равна $2 \cdot 10^{9}$ м$^{-1}$.

Ответы: а) 0,25 нм; б) 0,125 нм; в) 0,1 нм

3. Стационарное уравнение Шредингера

Часто встречаются задачи, когда частица движется в **стационарном** внешнем поле, и **ее потенциальная энергия не зависит явно от времени**. В этом случае состояние частицы можно описать волновой функцией $\psi(\vec{r})$, зависящей только от координат, которая является решением **стационарного уравнения Шредингера:**

$$\Delta\psi(\vec{r})+\frac{2m}{\hbar^2}\left(E-U(\vec{r})\right)\psi=0, \qquad (3.1)$$

где
$$\Delta\psi=\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \qquad (3.2)$$

– оператор Лапласа (в декартовой системе координат), m – масса частицы, E – ее полная энергия, $U(\vec{r})$ – потенциальная энергия частицы. Таким образом $E_k = E-U(\vec{r})$ – кинетическя энергия частицы.

Задача 5

Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = A\sin(\alpha x)\sin(\beta y)e^{-\gamma z}$. Кинетическая энергия частицы равна $E_к$. Найти константу α. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $E_к$ = 5 эВ; m= 2,5·10^{-29} кг; β = 6·10^{10} м$^{-1}$; γ = 2·10^{10} м$^{-1}$.

Решение:

Определим вторые частные производные от волновой функции:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=-A\alpha^2\sin(\alpha x)\sin(\beta y)e^{-\gamma z}=-\alpha^2\psi;$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=-A\beta^2\sin(\alpha x)\sin(\beta y)e^{-\gamma z}=-\beta^2\psi;$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=A(-\gamma)^2\sin(\alpha x)\sin(\beta y)e^{-\gamma z}=\gamma^2\psi.$$

По формуле (3.2) найдем лапласиан волновой функции:

$$\Delta\psi=\psi\left(-\alpha^2-\beta^2+\gamma^2\right)$$

Из уравнения (3.1) найдем α, учитывая, что $E_k = E - U\left(\vec{r}\right)$:

$$\psi\left(-\alpha^2 - \beta^2 + \gamma^2\right) + \frac{2m}{\hbar^2}E_k\psi = 0 \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{2mE_k}{\hbar^2} - \beta^2 + \gamma^2};$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{2\cdot 2,5\cdot 10^{-29}\cdot 5\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{10^{-68}} - 36\cdot 10^{20} + 4\cdot 10^{20}} = 2,83\cdot 10^{10}\,\text{м}^{-1}$$

Ответ: $2,83\cdot 10^{10}$ м$^{-1}$

Задача 6

Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид:
$\psi = A\left(\cos\alpha y + e^{i\alpha z}\right)$, где i – мнимая единица. Кинетическая энергия частицы равна $E_к$. Найти константу α. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $E_к$ = 5 эВ; $m = 2,5\cdot 10^{-29}$ кг.

Решение:

Определим вторые частные производные от волновой функции:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = 0;$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = -A\alpha^2\cos\alpha y;$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = A\left(i\alpha\right)^2 e^{i\alpha z} = -A\alpha^2 e^{i\alpha z}$$

По формуле (3.2) найдем лапласиан волновой функции:

$$\Delta\psi = -\alpha^2 A\left(\cos\alpha y + e^{i\alpha z}\right) = -\alpha^2\psi$$

Из уравнения (3.1) найдем α, учитывая, что $E_k = E - U\left(\vec{r}\right)$:

$$-\alpha^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}E_k\psi = 0 \Rightarrow$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{2mE_k}{\hbar^2}} = \sqrt{\frac{2\cdot 2,5\cdot 10^{-29}\cdot 5\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{10^{-68}}} = 6,32\cdot 10^{10}\,\text{м}^{-1}$$

Ответ: $6,32\cdot 10^{10}$ м$^{-1}$

3-1. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = Ae^{-\alpha x}\sin(\beta y)\cos(\gamma z)$. Найти полную энергию частицы (в эВ), считая потенциальную энергию равной нулю.
Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m = 2{,}5\cdot10^{-29}$ кг;
$\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\beta = 6\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\gamma = 2\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: 3 эВ

3-2. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = Ae^{-\alpha x-\beta y}\cos(\gamma z)$. Найти полную энергию частицы (в эВ), считая потенциальную энергию равной нулю.
Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m = 2{,}5\cdot10^{-29}$ кг;
$\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\beta = 2\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\gamma = 6\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: 2 эВ

3-3. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = Ae^{-\alpha x-\beta y-\gamma z}$. Найти полную энергию частицы (в эВ), считая потенциальную энергию равной U = 8 эВ.
Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m = 2{,}5\cdot10^{-29}$ кг;
$\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\beta = 6\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\gamma = 2\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: 1 эВ

3-4. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид:
а) $\psi = A\sin(\alpha x)\sin(\beta y)e^{-i\gamma z}$; б) $\psi = Ae^{i\alpha x}\sin(\beta y)e^{-i\gamma z}$ где i – мнимая единица. Найти полную энергию частицы (в эВ), считая потенциальную энергию равной нулю.
Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m = 2{,}5\cdot10^{-29}$ кг;
$\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\beta = 6\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\gamma = 2\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: а) 7 эВ; б) 7 эВ

3-5. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = Ae^{-i\alpha x}e^{-\beta y}\cos(\gamma z)$, где i – мнимая единица. Найти полную энергию частицы (в эВ), считая потенциальную энергию равной U = 6 эВ.
Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m = 2{,}5\cdot10^{-29}$ кг;
$\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\beta = 6\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\gamma = 2\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: 4 эВ

3-6. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = Ae^{-\alpha x}\sin(\beta y)\cos(\gamma z)$. Кинетическая энергия частицы равна E. Найти массу частицы. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; E = 5 эВ;
$\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\beta = 6\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\gamma = 2\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: $1{,}5\cdot10^{-29}$ кг

3-7. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = Ae^{-\alpha x}e^{-\beta y}e^{-i\gamma z}$, где i - мнимая единица. Кинетическая энергия частицы равна E. Найти массу частицы.
Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; E = 5 эВ;
$\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\beta = 2\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\gamma = 6\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: 10^{-29} кг

3-8. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = A\sin(\alpha x)e^{-\beta y}e^{-\gamma z}$. Кинетическая энергия частицы равна E. Найти массу частицы. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; E = 5 эВ;
$\alpha = 5\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\beta = 2\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\gamma = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: $3{,}13\cdot10^{-30}$ кг

3-9. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: а) $\psi = A\sin(\alpha x)\sin(\beta y)e^{-i\gamma z}$; б) $\psi = Ae^{i\alpha x}\sin(\beta y)e^{-i\gamma z}$, где i – мнимая единица. Кинетическая энергия частицы равна E. Найти массу частицы.
Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; E = 5 эВ;
$\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\beta = 6\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\gamma = 2\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответы: а) $3{,}5\cdot10^{-29}$ кг; б) $3{,}5\cdot10^{-29}$ кг.

3-10. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = A\exp(-i\alpha x + i\beta y)\cos(\gamma z)$, где i – мнимая единица. Кинетическая энергия частицы равна E. Найти массу частицы.
Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; E = 5 эВ;
$\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\beta = 6\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\gamma = 2\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: $\underline{3{,}5}\cdot10^{-29}$ кг

3-11. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = Ae^{-\alpha x}\sin(\beta y)\cos(\gamma z)$. Кинетическая энергия частицы равна E. Найти константу α. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; E = 5 эВ; $m = 2{,}5\cdot10^{-29}$ кг; $\beta = 6\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\gamma = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: $3{,}46\cdot10^{10}$ м$^{-1}$

3-12. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = A\exp(-\alpha x - i\beta y - \gamma z)$, где i - мнимая единица. Кинетическая энергия частицы равна E. Найти константу α. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; E = 5 эВ; $m = 2{,}5\cdot10^{-29}$ кг; $\beta = 8\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\gamma = 2\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: $4{,}47\cdot10^{10}$ м$^{-1}$

3-13. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = Ae^{-\alpha x}e^{i\beta y}$, где i – мнимая единица. Найти кинетическую энергию частицы (в эВ). Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m = 2{,}5\cdot10^{-29}$ кг; $\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\beta = 6\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: 2,5 эВ

3-14. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = Ae^{-i\alpha x}\cos(\gamma z)$, где i – мнимая единица. Кинетическая энергия частицы равна E. Найти массу частицы. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; E = 5 эВ; $\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$; $\gamma = 2\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: $1{,}25\cdot10^{-29}$ кг

3-15. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = Ae^{-i\alpha x}\sin(\gamma z)$, где i – мнимая единица. Кинетическая энергия частицы равна E. Найти константу α. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; E = 5 эВ; $m = 2{,}5\cdot10^{-29}$ кг; $\gamma = 2\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: $6\cdot10^{10}$ м$^{-1}$

3-16. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = A(\cos\alpha x + \sin\alpha x)$.

Кинетическая энергия частицы равна E. $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с;
а) Найти кинетическую энергию частицы (в эВ).
$m = 2{,}5\cdot10^{-29}$ кг; $\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

б) Найти массу частицы. E = 5 эВ; $\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.
в) Найти константу α. E = 5 эВ; $m = 2{,}5\cdot10^{-29}$ кг.

Ответы: а) 2 эВ; б) 10^{-29} кг; в) $6{,}32\cdot10^{10}$ м$^{-1}$

3-17. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = A\left(\cos\alpha x + e^{i\alpha x}\right)$, где i – мнимая единица. Найти кинетическую энергию частицы (в эВ).
Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $m = 2{,}5\cdot10^{-29}$ кг; $\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: 2 эВ

3-18. Волновая функция микрочастицы с массой m имеет вид: $\psi = A\left(\cos\alpha z + e^{i\alpha y}\right)$, где i – мнимая единица. Кинетическая энергия частицы равна E. Найти массу частицы. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; E = 5 эВ; $\alpha = 4\cdot10^{10}$ м$^{-1}$.

Ответ: 10^{-29} кг

4. Частица в одномерной прямоугольной потенциальной яме. Одномерный квантовый гармонический осциллятор.

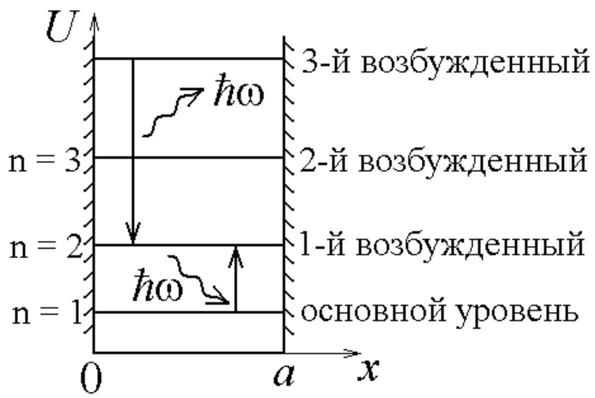

Рис.1

Разрешенные значения энергии микрочастицы в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной a с бесконечными стенками определяются формулой

$$E_n = \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2ma^2}, \text{ где } n = 1,2,3... \quad (4.1)$$

При поглощении фотона с энергией $\hbar\omega$ электрон может перейти на вышележащий уровень энергии (см. рис.1). Такой переход называется **возбуждением** электрона. При переходе с верхних **возбужденных** уровней на более низкие уровни энергии электрон испускает фотон с энергией (см. рис.1 и рис.2)

$$\hbar\omega = E_{n_2} - E_{n_1}, \quad (4.2)$$

где E_{n_2} – энергия верхнего уровня, с которого осуществляется переход, E_{n_1} – энергия уровня, на который переходит электрон. Эти энергии определяются по формуле (4.1), подставляя в нее номера уровней n_2 и n_1.

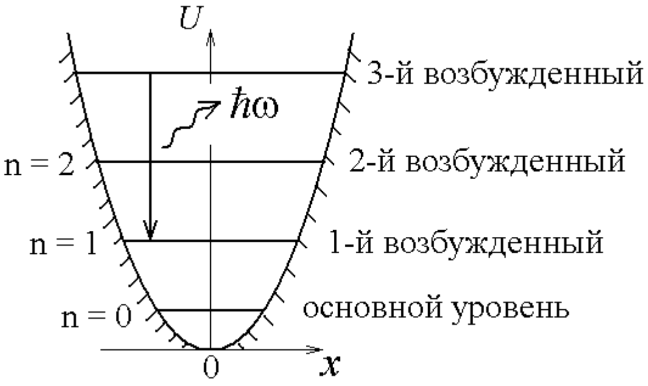

Рис.2

Разрешенные значения энергии одномерного квантового гармонического осциллятора определяются формулой

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0, \qquad (4.3)$$

где n = 0, 1, 2, 3..., ω_0 – собственная циклическая частота квантового осциллятора.

Энергия фотона, испущенного осциллятором при переходе из какого-либо возбужденного состояния в нижележащее, определяется формулой (4.2).

Задача 7

Микрочастица с массой m находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками шириной a. Энергия микрочастицы на втором возбужденном уровне равна E = 36 эВ. Найти импульс излученного фотона при переходе микрочастицы в основное состояние. Постоянная Планка $h = 6,63\cdot10^{-34}$ Дж·с

Решение:

Номер второго возбужденного уровня $n_2 = 3$, а основного уровня $n_1 = 1$.

Из формулы (4.1) расчитаем выражение:

$$\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2} = \frac{E_{n_2}}{n_2^2} = \frac{36\cdot1,6\cdot10^{-19}}{3^2} = 6,4\cdot19^{-19} \text{ Дж}.$$

По формуле (4.2) найдем энергию излученного фотона:

$$\hbar\omega = E_{n_2} - E_{n_1} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}\left(n_2^2 - n_1^2\right) = 6,4\cdot10^{-19}\left(3^2 - 1^2\right) = 51,2\cdot10^{-19}\text{Дж}$$

Импульс фотона равен $p_ф = E_ф / c$:

$$p_ф = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{51,2\cdot10^{-19}}{3\cdot10^8} = 17,1\cdot10^{-27}\text{кг}\cdot\text{м/с}$$

Ответ: $1,71\cdot10^{-26}$ кг·м/с;

Задача 8

Находясь в основном состоянии, одномерный квантовый гармонический осциллятор поглотил фотон с энергией $E = 9$ эВ и оказался в третьем возбужденном состоянии. Найти наименьшую частоту волны фотона, который может быть излучен этим осциллятором. Постоянная Планка $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

Решение:

Номер основного состояния квантового осциллятора равен $n_1 = 0$, а номер третьего возбужденного состояния – $n_2 = 3$. Используя формулы (4.3) и (4.2) найдем $\hbar\omega_0$:

$$E_ф = \left(n_2 + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 - \left(n_1 + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 = \left(n_2 - n_1\right)\hbar\omega_0 \Rightarrow$$

$$\hbar\omega_0 = \frac{E_ф}{n_2 - n_1} = \frac{9 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{3 - 0} = 4{,}8 \cdot 10^{-19}\,\text{Дж}$$

Наименьшую частоту (а значит и наименьшую энергию) будет иметь фотон, излученный осциллятором при самом коротком переходе его из верхнего состояния ($n_2 = 3$) в соседнее нижнее состояние ($n_1 = 2$).

$$h\nu = \left(n_2 + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 - \left(n_1 + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 = \left(n_2 - n_1\right)\hbar\omega_0 = 4{,}8 \cdot 10^{-19}\,\text{Дж}$$

Найдем частоту $\nu = \dfrac{4{,}8 \cdot 10^{-19}}{h} = \dfrac{4{,}8 \cdot 10^{-19}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}} = 7{,}24 \cdot 10^{14}$ Гц

Ответ: $7{,}24 \cdot 10^{14}$ Гц

4-1. Микрочастица с массой m находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками шириной a. Постоянная Планка $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

а) Энергия микрочастицы на втором возбужденном уровне равна $E = 36$ эВ.
б) Энергия микрочастицы на третьем возбужденном уровне равна $E = 32$ эВ.
в) Энергия микрочастицы на третьем уровне равна $E = 36$ эВ.
г) Энергия микрочастицы на четвертом уровне равна $E = 32$ эВ.
А) Найти энергию излученного фотона (в эВ) при переходе микрочастицы в основное состояние.

Б) Найти длину волны излученного фотона (в нм) при переходе микрочастицы в основное состояние.
В) Найти импульс излученного фотона при переходе микрочастицы в основное состояние.

Ответы:

А) а) 32 эВ; б) 30 эВ; в) 32 эВ; г) 30 эВ
Б) а) 38,8 нм; б) 41,4 нм; в) 38,8 нм; г) 41,4 нм
В) а) $1{,}71\cdot10^{-26}$ кг·м/с; б) $1{,}6\cdot10^{-26}$ кг·м/с; в) $1{,}71\cdot10^{-26}$ кг·м/с;
г) $1{,}6\cdot10^{-26}$ кг·м/с

4-2. Микрочастица с массой m находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками шириной a.
Находясь в основном состоянии, микрочастица поглотила фотон с энергией $E_ф$ и перешла
а) во второе возбужденное состояние. $E_ф$ = 8 эВ.
б) в третье возбужденное состояние. $E_ф$ = 15 эВ
в) на третий энергетический уровень. $E_ф$ = 8 эВ.
г) на четвертый энергетический уровень. $E_ф$ = 15 эВ.

Затем эта частица совершила один переход в одно из состояний с меньшей энергией.
А) Найти наименьшую энергию фотона (в эВ), который может быть излучен этой частицей при таком переходе.
Б) Найти наименьший импульс фотона, который может быть излучен этой частицей при таком переходе.
В) Найти наибольшую длину волны фотона(в нм), который может быть излучен этой частицей при таком переходе.

Ответы:

А) а) 5 эВ; б) 7 эВ; в) 5 эВ; г) 7 эв
Б) а) $2{,}67\cdot10^{-27}$ кг·м/с; б) $3{,}73\cdot10^{-27}$ кг·м/с; в) $2{,}67\cdot10^{-27}$ кг·м/с;
г) $3{,}73\cdot10^{-27}$ кг·м/с.
В) а) 248 нм; б) 178 нм; в) 248 нм; г) 178 нм

4-3. Находясь в основном состоянии, одномерный квантовый гармонический осциллятор поглотил фотон с энергией $E_ф$ и оказался
а) во втором возбужденном состоянии. $E_ф$ = 8 эВ.
б) в третьем возбужденном состоянии. $E_ф$ = 9 эВ.
Найти наибольшую длину волны фотона (в нм), который может быть излучен этим осциллятором.

Ответы: а) 311 нм; б) 414 нм

4-4. При переходе одномерного квантового гармонического осциллятора из четвертого возбужденного состояния в основное был излучен фотон с энергией $E = 8$ эВ. Найти
а) длину волны фотона (в нм), который был бы излучен при переходе на соседний энергетический уровень.
б) частоту фотона, который был бы излучен при переходе на соседний энергетический уровень.
в) частоту фотона, который был излучен при последующем переходе в основное состояние.

Ответы: а) 622 нм; б) $4{,}82 \cdot 10^{14}$ Гц; в) $5{,}79 \cdot 10^{15}$ Гц

4-5. При переходе одномерного квантового гармонического осциллятора из четвертого возбужденного состояния на соседний энергетический уровень был излучен фотон с энергией $E = 8$ эВ. Найти длину волны фотона (в нм), который был излучен при последующем переходе в основное состояние.

Ответ: 51,8 нм

4-6. Находясь в первом возбужденном состоянии, одномерный квантовый гармонический осциллятор поглотил фотон с энергией $E = 8$ эВ и оказался в третьем возбужденном состоянии. Найти
а) наибольшую длину волны фотона (в нм), который может быть излучен этим осциллятором.
б) наименьшую длину волны фотона (в нм), который может быть излучен осциллятором в этом состоянии.
в) наименьшую частоту фотона, который может быть излучен этим осциллятором.
г) наибольшую частоту фотона, который может быть излучен осциллятором в этом состоянии

Ответы: а) 311 нм; б) 104 нм; в) $9{,}65 \cdot 10^{14}$ Гц; г) $2{,}88 \cdot 10^{15}$ Гц

4-7. Находясь в основном состоянии, одномерный квантовый гармонический осциллятор поглотил фотон с энергией $E = 8$ эВ и оказался во втором возбужденном состоянии. Найти наименьшую частоту фотона, который может быть излучен этим осциллятором.

Ответ: $9{,}65 \cdot 10^{14}$ Гц

5. Спектральные серии излучения водородоподобных атомов.

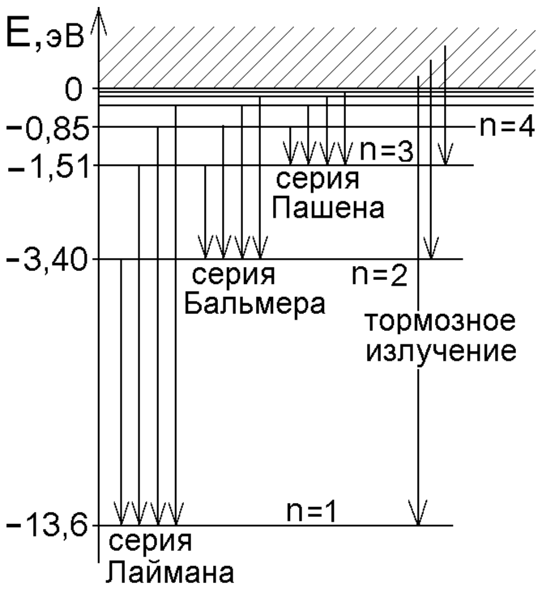

Рис.3

Спектр водородоподобных атомов может быть разделен на наблюдающиеся на опыте **спектральные серии**, соответсвующие переходам электрона на *определенный* уровень энергии *со всех* лежащих выше возбужденных энергетических уровней. Соответствующие переходы между боровскими орбитами показаны на рис.3 (атом водорода).

серия Лаймана – переходы на основной уровень энергии $n_2 \to n_1 = 1$;

серия Бальмера – переходы в первое возбужденное состояние $n_2 \to n_1 = 2$;

серия Пашена – переходы $n_2 \to n_1 = 3$;

Энергия фотона, излученного при переходе электрона с уровня n_2 на уровень n_1, определяется формулой (4.2) $\hbar\omega = E_{n_2} - E_{n_1}$.

Разрешенные значения энергии электрона в водородоподобном атоме определяются формулой

$$E_n = -\frac{|E_1|}{n^2}, \tag{5.1}$$

где n = 1, 2, 3..., E_1 – энергия электрона в основном ($n = 1$) состоянии.

Задача 9

Во сколько раз максимальная длина волны фотона из серии Бальмера меньше минимамальной длины волны фотона из серии Пашена в спектре излучения этого атома?

Решение:

Чем короче переход электрона на рис.3, тем меньше энергия испущенного электрона. Так как энергия фотона пропорциональна циклической частоте и обратна пропорциональна длине волны, то самый короткий переход электрона будет соответствовать самой большой длине волны, а самый длинный переход будет соответствовать самой короткой длине волны.

Самый короткий переход из серии Бальмера $n_2 = 3 \;\to\; n_1 = 2$ соответствует максимальной длине волны из этой серии. Используя формулу (5.1) и (4.2), получим:

$$\lambda_{\max Б} = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{2\pi c\hbar}{E_{n_2} - E_{n_1}} = \frac{2\pi c\hbar}{\left(\frac{|E_1|}{n_1^2} - \frac{|E_1|}{n_2^2}\right)} = \frac{2\pi c\hbar}{|E_1|\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)} = \frac{2\pi c\hbar}{|E_1|}\frac{36}{5}$$

Самый длинный переход в серии Пашена $n_2 = \infty \rightarrow n_1 = 3$ соответствует самой короткой длине волны в этой серии:

$$\lambda_{\min П} = \frac{2\pi c\hbar}{\left(\frac{|E_1|}{n_1^2} - \frac{|E_1|}{n_2^2}\right)} = \frac{2\pi c\hbar}{\left(\frac{|E_1|}{3^2} - \frac{|E_1|}{\infty}\right)} = \frac{2\pi c\hbar}{|E_1|}\cdot 9$$

Найдем отношение этих длин волн:

$$\frac{\lambda_{\min П}}{\lambda_{\max Б}} = \frac{9}{36/5} = \frac{9\cdot 5}{36} = 1,25$$

Ответ: меньше в 1,25 раза

5-1. В некотором водородоподобном атоме электрон может иметь разрешенные значения энергии, определяемые формулой $E_n = -\frac{|E_1|}{n^2}$, где n = 1, 2, 3... Постоянная Планка $h = 6,63\cdot 10^{-34}$ Дж·с, E_1 = 13,6 эВ. Найти

А) для серии Лаймана спектра излучения водородоподобного атома

Б) для серии Бальмера спектра излучения водородоподобного атома

В) для серии Пашена спектра излучения водородоподобного атом

а) отношение наибольшей частоты фотона к наименьшей частоте фотона.
б) отношение наибольшей длины фолны фотона к наименьшей длине волны фотона.
в) наибольшую частоту фотона.
г) наименьшую частоту фотона.
д) наименьшую длину волны фотона (в нм)
е) наибольшую длину волны фотона (в нм)

Ответы:

А) а) 1,33; б) 1,33; в) $3,28\cdot 10^{15}$ Гц; г) $2,46\cdot 10^{15}$ Гц; д) 91,4 нм; е) 122 нм
Б) а) 1,8; б) 1,8; в) $8,21\cdot 10^{14}$ Гц; г) $4,56\cdot 10^{14}$ Гц; д) 366 нм; е) 658 нм
В) а) 2,29; б) 2,29; в) $3,65\cdot 10^{14}$ Гц; г) $1,60\cdot 10^{14}$ Гц; д) 823 нм; е) 1880 нм

5-2. Во сколько раз минимальная частота фотона из серии Лаймана больше максимальной частоты фотона из серии Бальмера в спектре излучения атома водорода?

Ответ: в 3 раза

5-3. Во сколько раз минимальная частота фотона из серии Лаймана больше минимамальной частоты фотона из серии Пашена в спектре излучения атома водорода?

Ответ: в 15,4 раза

5-4. Во сколько раз минимальная частота фотона из серии Бальмера больше минимамальной частоты фотона из серии Пашена в спектре излучения атома водорода?

Ответ: в 2,86 раза

6.Заполнение электронных оболочек. Система четырех квантовых чисел.

Состояние электрона в атоме описывается системой из четырех квантовых чисел:

- главного $n = 1,\ 2,\ 3,\ ...;$
- орбитального $l = 0,\ 1,\ 2,\ ...,\ n-1;$
- магнитного $m = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ ...,\ \pm l;$
- спинового $\sigma = \pm 1/2$;

В одноэлектронном атоме разрешенная энергия электрона зависит только от главного квантового числа *n*.

Разрешенные значения **момента импульса электрона** L, **магнитного момента** p_m и их проекций зависят от *орбитального и магнитного* квантовых чисел:

$$\begin{aligned} &L = \hbar\sqrt{l(l+1)}\ ;\ p_m = \mu_Б\sqrt{l(l+1)}\ ;\quad l = 0,\ 1,\ ...,\ n-1, \\ &L_z = \hbar m; \qquad p_{m\,z} = -\mu_Б\, m\ ; \qquad m = 0,\ \pm 1,\ ....,\ \pm l. \end{aligned} \tag{6.1}$$

Разрешенные значения величины **собственного момента импульса** электрона L_s , **собственного магнитного момента** p_{ms} и их проекций на выделенную ось $L_{s\,z}$ и p_{msz} зависят от квантового числа s (или σ), называемого *спиновым квантовым числом.*

$$\begin{aligned} &L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}; \quad p_{m\,s} = 2\mu_Б\sqrt{s(s+1)}, \qquad s = 1/2; \\ &L_{s\,z} = \hbar\sigma, \qquad p_{m\,s\,z} = -2\mu_Б\,\sigma, \qquad \sigma = \pm 1/2 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Принцип запрета Паули (1925 г.): в одной квантовой системе в один момент времени не могут находиться две тождественные микрочастицы с полуцелым спином в одинаковом состоянии (с одинаковыми четырьмя квантовыми числами). Таким образом в многоэлектронном атоме находятся электроны, отличающиеся значением хотя бы одного квантового числа.

Совокупность состояний электронов с одинаковым главным квантовым числом n называется **электронной оболочкой** атома. Каждая оболочка делится на **электронные подоболочки**, т.е. набор состояний с одинаковыми числами n и l. Оболочки и подоболочки атомов принято обозначать буквами:

n	1	2	3	4	5
оболочки	K	L	M	N	O

l	0	1	2	3	4
подоболочки	s	p	d	f	g

Естественно, что электроны будут находиться в основном состоянии с наименьшей возможной энергией, а так как собраться на низшем энергетическом уровне 1s они не могут по принципу Паули, то последовательно начнут заполнять все свободные уровни (состояния), начиная с низших.

Полностью заполненная подоболочка содержит

$$N = 2\cdot(2l+1) \text{ электронов.} \qquad (6.3)$$

Эти электроны различаются значениями квантовых чисел m и σ. В полностью заполненной оболочке будет

$$\sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2 \quad \text{электронов .} \qquad (6.4)$$

Задача 10

В некоторой подоболочке (A) некоторой полностью заполненной оболочки атома находится в k =1,4 раза больше электронов, чем в соседней подоболочке (B) из этой же оболочки. Во сколько раз больше орбитальный магнитный момент электрона из подоболочки B, чем его собственный (спиновый) магнитный момент.

Решение:

Пусть подоболочка A характеризуется орбитальным квантовым числом $l_A = l$. Тогда подоболочка B будет характеризоваться орбитальным квантовым числом $l_B = l-1$. Так как все подоболочки полностью заполнены электронами, то их количество определяется по формуле (6.3):

$$N_A = 2(2l_A+1) = 2(2l+1);$$

$$N_B = 2(2l_B+1) = 2(2l-1)$$

Из условия, что $N_A = 1{,}4N_B$, найдем квантовое число l:

$$2(2l+1) = 1{,}4\cdot 2(2l-1) \Rightarrow 2l+1 = 2{,}8l - 1{,}4 \Rightarrow l = \frac{1+1{,}4}{2{,}8-2} = 3$$

Таким образом по формуле (6.1) можно найти орбитальный магнитный момент электрона на подоболочке B:

$$p_{mB} = \mu_Б \sqrt{l_B\left(l_B+1\right)} = \mu_Б \sqrt{(l-1)l} = \mu_Б \sqrt{6},$$

и по формуле (6.2) собственный магнитный момент такого электрона:

$$p_{msB} = 2\mu_Б \sqrt{s\left(s+1\right)} = 2\mu_Б \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)} = \mu_Б \sqrt{3}$$

Найдем отношение $p_m / p_{ms} = \sqrt{2}$.

Ответ: в 1,41 раза

Задача 11

В некотором атоме конфигурация электронных оболочек имеет вид: $1s^2 2s^2 p^6 3s^2 p^6 d^{10} 4s^2 p^6 d^{10} f^8 5s^2 p^6$. Определить максимальную возможную величину суммарной проекции орбитальных моментов импульса всех его электронов на выделеное направление. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с.

Решение

Если некоторая подоболочка с квантовым числом l полностью заполнена, то электроны в этой подоболочке будут иметь все значения проекций орбитальных моментов импульса из ряда

$$L_z = 0, \pm\hbar, \pm 2\hbar, ..., \pm l\hbar,$$

а сумма всех этих проекций равна нулю. Отсюда можно сделать вывод, что все заполненные подоболочки, такие как s^2, p^6, d^{10}, f^{14}..., не дают вклада в суммарную проекцию момента импульса многоэлектронного атома.

Из конфигурации электронных оболочек ясно, что незаполненной подоболочкой является $4f^8$, на которой находятся 8 электронов с орбитальным квантовым числом $l = 3$. Учитывая, что одинаковое значение магнитного квантового числа m может быть у двух электронов этой подоболочки (со спином $+1/2$ и $-1/2$), найдем максимальную суммарную проекцию момента импульса:

$$\sum L_z = \underbrace{3\hbar + 3\hbar + 2\hbar + 2\hbar + \hbar + \hbar + 0 + 0}_{\text{8 электронов}} = 12\hbar$$

Ответ: $12 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

6-1. В некотором атоме конфигурация электронных оболочек имеет вид: а) $1s^2 2s^2 p^6 3s^2 p^6 d^8 4s^2$; б) $1s^2 2s^2 p^6 3s^2 p^6 d^4 4s^2$
Определить максимальную возможную величину суммарной проекции орбитальных моментов импульса всех его электронов на выделеное направление. $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с.

Ответ: а) $4 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; б) $6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

6-2. В некотором атоме конфигурация электронных оболочек имеет вид: $1s^2 2s^2 p^6 3s^2 p^6 d^{10} 4s^2 p^6 d^{10} f^4 5s^2 p^6$. Определить максимальную возможную величину суммарной проекции орбитальных моментов импульса всех его электронов на выделеное направление. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с.

Ответ: 10^{-33} Дж·с.

6-3. Максимальная величина проекции орбитального момента импульса некоторого электрона в атоме была равна $2\hbar$. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $\mu_Б = 9,27 \cdot 10^{-24}$ А·м^2.
Чему равняется
а) модуль орбитального момента импульса этого электрона.
б) величина орбитального магнитного момента этого электрона.

Ответы: а) $2,45 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; б) $2,27 \cdot 10^{-23}$ А·м^2.

6-4. В некоторой подоболочке (A) некоторой полностью заполненной оболочки атома находится в k раз больше электронов, чем в соседней подоболочке (B) из этой же оболочки. Найти максимальную возможную проекцию орбитального момента импульса электрона
а) из подоболочки A; б) из подоболочки B.
Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; k = 1,4.

Ответы: а) $3 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; б) $2 \cdot 10^{-34}$ Дж·с;

6-5. В некоторой подоболочке (A) некоторой полностью заполненной оболочки атома находится в k раз больше электронов, чем в соседней подоболочке (B) из этой же оболочки. Найти максимальную возможную проекцию орбитального магнитного момента электрона
а) из подоболочки A; б) из подоболочки B.
Принять $\mu_Б = 9,27 \cdot 10^{-24}$ А·м^2; k = 1,4.

Ответы: а) $2,78 \cdot 10^{-23}$ А·м^2; б) $1,85 \cdot 10^{-23}$ А·м^2;

6-6. В некоторой подоболочке (A) некоторой полностью заполненной оболочки атома находится в k раз больше электронов, чем в соседней подоболочке (B) из этой же оболочки. Найти минимальное возможное количество электронов во всей оболочке. $k = 1{,}4$.

Ответ: 32

6-7. А) В s-подоболочке некоторой полностью заполненной оболочки атома находится $k = 4\%$ электронов из всей оболочки.

Б) В p-подоболочке некоторой полностью заполненной оболочки атома находится $k = 12\%$ электронов из всей оболочки

В) В d-подоболочке некоторой полностью заполненной оболочки атома находится $k = 20\%$ электронов из всей оболочки.

Найти

а) максимальную возможную величину проекции орбитального момента импульса электрона в этой оболочке.

б) максимальную возможную величину орбитального момента импульса электрона в этой оболочке.

в) максимальную возможную величину проекции орбитального магнитного момента электрона в этой оболочке.

г) максимальную возможную величину орбитального магнитного момента электрона в этой оболочке. Принять $\hbar = 10^{-34}$ Дж·с; $\mu_Б = 9{,}27 \cdot 10^{-24}$ А·м^2;

Ответы: для вех случаев А), Б) и В)

а) $4 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; б) $4{,}47 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; в) $3{,}71 \cdot 10^{-23}$ А·м^2; г) $4{,}15 \cdot 10^{-23}$ А·м^2;

6-8. В некоторой подоболочке (A) некоторой полностью заполненной оболочки атома находится в k =1,4 раза больше электронов, чем в соседней подоболочке (B) из этой же оболочки.

а) Во сколько раз больше орбитальный момент импульса электрона из подоболочки A, чем из подоболочки B.

б) Во сколько раз больше орбитальный магнитный момент электрона из подоболочки A, чем из подоболочки B.

в) Во сколько раз больше орбитальный магнитный момент электрона из подоболочки A, чем его собственный (спиновый) магнитный момент.

Ответы: а) в 1,41 раза; б) в 1,41 раза; в) в 2 раза.

7. Собственная и примесная проводимость полупроводников.

Как известно, проводимость вещества прямо пропорциональна концентрации носителей тока n_e. Удельную проводимость σ_e в собственных (без примесей) полупроводниках можно выразить формулой:

$$\sigma_e \sim n_\text{e} = \text{const}\cdot\exp\left(\frac{E_\Phi}{kT}\right) \qquad (7.1),$$

где $E_\text{ф}$ – энергия Ферми, равная $E_\Phi = -\frac{1}{2}\Delta E_\text{з}$. Уровень Ферми в собственых полупроводниках находится посередине запрещенной зоны шириной $\Delta E_\text{з}$ между нижним уровнем зоны проводимости и верхним уровнем валентной зоны.

При очень низкой температуре преобладает примесная проводимость. Собственная проводимость очень мала. С ростом температуры примесная проводимость достигает своего максимального значения и перестает изменяться уже при комнатной температуре. Удельную проводимость в примесных полупроводниках можно расчитать по формуле:

$$\sigma_\text{примес} \sim n_\text{осн} = \begin{cases} \text{const}\cdot\exp\left(\frac{E_\Phi}{kT}\right) & \text{при } T \le T_\text{кр}\ , \\ \text{const} \approx n_\text{примеси} & \text{при } T \ge T_\text{кр}\ , \end{cases} \qquad (7.2)$$

в этом случае уровень Ферми смещается ближе к примесному уровню энергии.

Для донорной примеси $E_\text{ф} \approx -\left|\Delta E_\partial\right|$, т.е. уровень Ферми лежит немного ниже нижнего уровня зоны проводимости ($\left|\Delta E_\partial\right| \ll \left|\Delta E_\text{з}\right|$). Основными носителями тока в этом случае являются свободные электроны в зоне проводимости.

Для акцепторной примеси $E_\text{ф} \approx -\left|\Delta E_a\right|$, т.е. уровень Ферми лежит немного выше верхнего уровня валентной зоны ($\left|\Delta E_a\right| \ll \left|\Delta E_\text{з}\right|$). Основными носителями тока в этом случае являются дырки в валентной зоне.

Положение уровня Ферми слабо зависит от температуры, и при решении задач можно считать его неизменным.

Постоянная Больцмана k = $1{,}38\cdot10^{-23}$Дж/К

Задача 12

Ширина запрещенной зоны у алмаза $\Delta E_\text{А}$ =7 эВ. Во сколько раз возрастет электропроводность алмаза при нагревании от 0°С до +10°С?

Решение:

По формуле (7.1) определим удельную электропроводность при разных температурах σ_1 и σ_2 и найдем отношение σ_2/σ_1 :

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\sigma_0 \cdot \exp\left(-\dfrac{\Delta E}{2kT_2}\right)}{\sigma_0 \cdot \exp\left(-\dfrac{\Delta E}{2kT_1}\right)} = \exp\left(\frac{\Delta E}{2k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right) = \exp\left(\frac{7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}}\left(\frac{1}{273} - \frac{1}{283}\right)\right) = 191$$

Ответ: в 191 раз

7-1. Ширина запрещенной зоны у кремния $\Delta E_\text{К}$ =1,1 эВ.

а) Во сколько раз возрастет электропроводность кремния при нагревании от 0°С до +10°С?

б) На сколько увеличился натуральный логарифм удельной проводимости ($\ln\sigma$) кремния при нагревании от 0°С до +10°С?

Ответы: а) в 2,28 раза; б) : 0,825

7-2. Найти ширину запрещенной зоны у алмаза (в эВ), если электропроводность алмаза при нагревании от 0°С до +10°С возрастает в n = 191 раз.

Ответ: 7 эВ

7-3. Ширина запрещенной зоны у алмаза $\Delta E_\text{А}$ =7 эВ. Первоначальная температура алмаза 0°С. До какой температуры (в °С) его нагрели, если его электропроводность возросла в n = 191 раз?

Ответ: 10°С

7-4. Найти ширину запрещенной зоны у собственного полупроводника, если натуральный логарифм его удельной проводимости ($\ln\sigma$) при нагревании от 0°С до +10°С увеличился на n = 5?

Ответ: 6,66 эВ

7-5. Уровень Ферми в собственном полупроводнике лежит на расстоянии ΔE_1 = 0,4 эВ выше верхнего уровня валентной зоны. Во сколько раз возрастет электропроводность этого полупроводника при нагревании от 0°С до +10°С?

Ответ: 1,82 раза

7-6. На каком расстоянии (в эВ) от нижнего уровня зоны проводимости лежит уровень Ферми в собственном полупроводнике, если электропроводность этого полупроводника при нагревании от 0°С до +10°С возрастает в n =4 раз?

Ответ: 0,924 эВ

7-7. Уровень Ферми в собственном полупроводнике лежит на расстоянии ΔE_1 = 0,4 Эв выше верхнего уровня валентной зоны. Начальная температура полупроводника 0°С. Во сколько раз возрастет электропроводность этого полупроводника при увеличении температуры в n = 1,5 раза?

Ответ: 288 раз

7-8. Уровень Ферми в собственном полупроводнике лежит на расстоянии ΔE_1 = 0,4 эВ ниже нижнего уровня зоны проводимости. Натуральный логарифм концентрации свободных носителей заряда в этом полупроводнике изменился на величину $\Delta\left(\ln n\right)$ = 5 при увеличении температуры в 1,5 раза? Найти начальную температуру полупроводника.

Ответ: 309 К

7-9. Ширина запрещенной зоны полупроводника p-типа равна $\Delta E_З$ =1 эВ. Акцепторные уровни лежат на расстоянии ΔE_a = 0,01 эВ выше выалентной зоны. Концентрация основных носителей заряда в таком полупроводнике при низкой температуре T_1 равна n_1. Найти концентрацию атомов примеси. Считать, что валентность атома примеси на единицу меньше валентности полупроводника. T_1 = 30 К; n_1 = 10^{10} м$^{-3}$.

Ответ: $4{,}77 \cdot 10^{11}$ м$^{-3}$

7-10. Ширина запрещенной зоны полупроводника n-типа равна $\Delta E_З$ =1,1 эВ. Донорные уровни лежат на расстоянии $\Delta E_д$ = 0,01 эВ ниже зоны проводимости. Концентрация основных носителей заряда в таком полупроводнике при низкой температуре T_1 равна n_1. Найти концентрацию атомов примеси. Считать, что валентность атома примеси на единицу больше валентности полупроводника. T_1 = 30 К; n_1 = 10^{10} м$^{-1}$.

Ответ: $4{,}77 \cdot 10^{11}$ м$^{-3}$

8. Расчет средних величин с помощью распределения Ферми-Дирака.

Функция распределения Ферми-Дирака для электронного газа в металлах

$$dn_{\Phi-\text{Д}} = A\cdot f_{\Phi}(E)\cdot\sqrt{E}dE\text{, где }\ A=\frac{(2m_e)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3}.$$

При T = 0 K $f_{\Phi}(E)=\begin{cases}1 \text{ при } 0\le E\le E_{\Phi},\\ 0 \text{ при } E\ge E_{\Phi}\end{cases}$ (эту формулу можно применять и при $T = T_{\text{комн}} \approx 300\ K$ с точностью до ~ 1 %).

Вычисление средних значений:

$$\langle F(E)\rangle=\frac{\int\limits_0^{\infty}F(E)dn_{\Phi-\text{Д}}}{\int\limits_0^{\infty}dn_{\Phi-\text{Д}}}\approx\frac{\int\limits_0^{E_{\Phi}}F(E)\sqrt{E}dE}{\int\limits_0^{\mathrm{E}_{\Phi}}\sqrt{E}dE}. \qquad (8.1)$$

При T = 0 K приближенный расчет становится точным, так как все электроны в зоне проводимости металла будут располагаться ниже уровня Ферми.

Задача 13

Распределение Ферми-Дирака для электронного газа в металлах при температуре $T = 0$ K задается формулой: $dn = A\sqrt{E}dE$. Энергия Ферми некоторого металла равна $E_{\text{ф}}$ = 4 эВ. Для свободных электронов из зоны проводимости проводника при $T = 0$ K найти $\left\langle E^9\right\rangle$.

Решение:

В данной задача $F(E)=E^9$. Подставляем эту функцию в формулу (8.1) и рссчитываем $\langle F(E)\rangle=\left\langle E^9\right\rangle$:

$$\left\langle E^9\right\rangle=\frac{\int\limits_0^{E_f}E^9\sqrt{E}dE}{\int\limits_0^{E_f}\sqrt{E}dE}=\frac{\left.\frac{E^{21/2}}{21/2}\right|_0^{E_f}}{\left.\frac{E^{3/2}}{3/2}\right|_0^{E_f}}=\frac{2/21}{2/3}\frac{E_f^{21/2}}{E_f^{3/2}}=\frac{3}{21}E_f^9=\frac{3}{21}\left(4\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\right)^9$$

Ответ: $2{,}5\cdot 10^{-165}$Дж^9

8-1. Распределение Ферми-Дирака для электронного газа в металлах при температуре $T = 0$ К задается формулой: $dn = A\sqrt{E}dE$. Энергия Ферми некоторого металла равна $E_ф$ = 4 эВ. Для свободных электронов из зоны проводимости проводника при T = 0 К найти

а) $\left\langle E^2 \right\rangle$; б) $\left\langle E^3 \right\rangle$; б) $\left\langle E^4 \right\rangle$; г) $\left\langle E^5 \right\rangle$

Ответы:

а) $1{,}76\cdot10^{-37}$ Дж^2; б) $8{,}74\cdot10^{-56}$ Дж^3; в) $4{,}58\cdot10^{-74}$ Дж^4; г) $2{,}48\cdot10^{-92}$ Дж^5

8-2. По условию 8-1 найти среднее значение энергии в любой степени.

8-3. Распределение Ферми-Дирака для электронного газа в металлах при температуре $T = 0$ К задается формулой: $dn = A\sqrt{E}dE$. Для свободных электронов из зоны проводимости проводника при T = 0 К найти

а) $\left\langle E^2 \right\rangle \big/ \left\langle E \right\rangle^2$; б) $\left\langle E^4 \right\rangle \big/ \left\langle E^2 \right\rangle^2$; в) $\left\langle E \right\rangle \big/ \left\langle \sqrt{E} \right\rangle^2$; г) $\sqrt{\left\langle E^{12} \right\rangle} \big/ \left\langle E^3 \right\rangle^2$

Ответы: а) 1,19; б) 1,48; в) 1,07; г) 3

9. Закон радиоактивного распада.

При радиоактивном распаде уменьшение количества ядер в образце за небольшой промежуток времени dt пропорционально количеству атомов и этому промежутку времени: $dN = -\lambda N dt$. Интегрируя это выражение, приходим к закону радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \qquad (9.1)$$

где λ – **постоянная распада**.

Из формулы (9.1) следует, что число ядер, распавшихся в промежуток времени от t_1 до t_2 равно

$$\Delta N = N_0 \left(e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda t_2} \right). \qquad (9.2)$$

Периодом полураспада называется время, за которое распадается половина первоначального количества радиоактивных ядер. Используя формулу (9.1), можно показать, что $T = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$.

Среднее время жизни ядра можно рассчитать по формуле

$$\tau = \langle t \rangle = \frac{\int\limits_{t=0}^{t=\infty} t\,dN(t)}{\int\limits_{t=0}^{t=\infty} dN(t)} = \frac{1}{\lambda} \qquad (9.3)$$

Задача 14

Радиоактивный образец поместили в герметичный сосуд. Найти среднее время жизни ядер этого образца, если через время $t_1 = 1$ мин распадается 30% от первоначального количества этих ядер?

Решение:

Если распадается 30% ядер, то в образце остается 70% ядер, т.е.

$$N = 0,7 N_0 = N_0 e^{-\lambda t}. \qquad (9.4)$$

Подставляя постоянную распада, найденную из формулы (9.4), в формулу (9.3), найдем среднее время жизни:

$$\lambda = -\frac{\ln 0,7}{t} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\lambda} = -\frac{t}{\ln 0,7} = \frac{-60}{-0,3567} = 168 \text{ с}$$

Ответ: 168 с = 2,8 мин;

9-1. Радиоактивный образец, содержащий N ядер радиоактивного изотопа, поместили в герметичный сосуд. Период полураспада этого изотопа равен T. Сколько ядер образца распадется за промежуток времени от t_1 до t_2 ? $N = 6{,}4\cdot10^{20}$; $t_1 = 1$ мин; $t_2 = 3$ мин; $T = 2$ мин.

Ответ: $2{,}26\cdot10^{20}$

9-2. Радиоактивный образец, содержащий N ядер радиоактивного изотопа, поместили в герметичный сосуд. Период полураспада этого изотопа равен T. $N = 6{,}4\cdot10^{20}$; $t_1 = 1$ мин; $T = 2$ мин.

а) Сколько ядер образца распадется к моменту времени t_1 ?

б) Сколько ядер образца останется к моменту времени t_1 ?

Ответы: а) $1{,}87\cdot10^{20}$; б) $4{,}53\cdot10^{20}$

9-3. Радиоактивный образец, содержащий N ядер радиоактивного изотопа, поместили в герметичный сосуд. Постоянная распада этого изотопа равна λ. $N = 6{,}4\cdot10^{20}$; $t_1 = 1$ мин; $\lambda = 0{,}03$ с$^{-1}$.

а) Сколько ядер образца останется к моменту времени t_1 ?

б) Сколько ядер образца распадется к моменту времени t_1 ?

Ответы: а) $1{,}06\cdot10^{20}$; б) $5{,}34\cdot10^{20}$

9-4. Радиоактивный образец, содержащий N ядер радиоактивного изотопа, поместили в герметичный сосуд. Постоянная распада этого изотопа равна λ. Сколько ядер образца распадется за промежуток времени от t_1 до t_2 ? $N = 6{,}4\cdot10^{20}$; $t_1 = 1$ мин; $t_2 = 3$ мин; $\lambda = 0{,}03$ с$^{-1}$.

Ответ: $1{,}03\cdot10^{20}$

9-5. Радиоактивный образец, содержащий N ядер радиоактивного изотопа, поместили в герметичный сосуд. Среднее время жизни этого изотопа равно τ. Сколько ядер образца распадется за промежуток времени от t_1 до t_2 ? $N = 6{,}4\cdot10^{20}$; $t_1 = 1$ мин; $t_2 = 3$ мин; $\tau = 2$ мин.

Ответ: $2{,}45\cdot10^{20}$

9-6. Радиоактивный образец, содержащий N ядер радиоактивного изотопа, поместили в герметичный сосуд. Среднее время жизни этого изотопа равно τ. $N = 6{,}4\cdot10^{20}$; $t_1 = 1$ мин; $\tau = 2$ мин.

а) Сколько ядер образца распадется к моменту времени t_1 ?

б) Сколько ядер образца останется к моменту времени t_1 ?

Ответы: а) $2{,}52\cdot10^{20}$; б) $3{,}88\cdot10^{20}$

9-7. Концентрация ядер одного изотопа с периодом полураспада T_1 в k раз превышала концентрацию ядер другого изотопа с периодом полураспада T_2. Через какой промежуток времени

а) концентрация ядер этих изотопов станут равными?

б) концентрация ядер первого изотопа станет в k раз меньше концентрации ядер второго изотопа?

$k = 2$; $T_1 = 3$ мин; $T_2 = 5$ мин.

Ответы: а) 450 с = 7,5 мин; б) 15мин=900 с

9-8. Концентрация ядер одного изотопа с постоянной распада λ_1 в k раз превышала концентрацию ядер другого изотопа с периодом полураспада T_2. Через какой промежуток времени

а) концентрация ядер этих изотопов станут равными?

б) концентрация ядер первого изотопа станет в k раз меньше концентрации ядер второго изотопа?

$k = 2$; $\lambda_1 = 0{,}005$ с$^{-1}$; $T_2 = 5$ мин.

Ответы: а) 258 с; б) 515 с

9-9. Энергетический выход реакции деления ядра некоторого нестабильного изотопа $E_{\text{В}}$. Сколько тепла (в Дж) выделилось за время t, если первоначальное число ядер этого изотопа N_0, а период полураспада равен T. $E_{\text{В}} = 100$ МэВ; $N_0 = 2{,}5\cdot10^{10}$; $T = 2$ мин; $t = 5$ мин.

Ответ: 0,329 Дж

9-10. Энергетический выход реакции деления ядра некоторого нестабильного изотопа $E_{\text{В}}$. Сколько тепла (в Дж) выделилось за время t, если первоначальное число ядер этого изотопа N_0, а постоянная распада равна λ. $E_{\text{В}} = 100$ МэВ; $N_0 = 2{,}5\cdot10^{10}$; $\lambda = 0{,}08$ с$^{-1}$; $t = 2$ мин.

Ответ: 0,400 Дж

9-11. Энергетический выход реакции деления ядра некоторого нестабильного изотопа $E_{\text{В}}$. Сколько тепла (в Дж) выделилось за время t, если первоначальное число ядер этого изотопа N_0, а среднее время жизни ядра равно τ. $E_{\text{В}} = 100$ МэВ; $N_0 = 2{,}5\cdot10^{10}$; $\tau = 5$ мин; $t = 2$ мин.

Ответ: 0,132 Дж

9-12. При распаде ядер радиоактивного изотопа выделилось Q тепла за время t. Первоначальное число ядер этого изотопа N_0, а среднее время жизни ядра равно τ. Найти энергетический выход (в МэВ) реакции деления одного ядра. $Q = 0{,}2$ Дж; $N_0 = 2{,}5\cdot10^{10}$; $\tau = 5$ мин; $t = 2$ мин.

Ответ: 152 МэВ

9-13. При распаде ядер радиоактивного изотопа выделилось Q тепла за время t. Первоначальное число ядер этого изотопа N_0, а период полураспада равен T. Найти энергетический выход (в МэВ) реакции деления одного ядра. $Q = 0{,}2$ Дж; $N_0 = 2{,}5\cdot10^{10}$; $T = 2$ мин; $t = 5$ мин.

Ответ: 60,7 МэВ

9-14. При распаде ядер радиоактивного изотопа выделилось Q тепла за время t. Первоначальное число ядер этого изотопа N_0, а постоянная распада равна λ. Найти энергетический выход (в МэВ) реакции деления одного ядра. $Q = 0{,}2$ Дж; $N_0 = 2{,}5\cdot10^{10}$; $\lambda = 0{,}05$ с$^{-1}$; $t = 2$ мин.

Ответ: 50,1 МэВ

9-15. При распаде ядер радиоактивного изотопа выделилось Q тепла за время t. Первоначальное число ядер этого изотопа N_0, энергетический выход реакции деления одного ядра $E_В$. Найти период полураспада ядер этого изотопа (в мин). $Q = 0{,}2$ Дж; $E_В = 100$ МэВ; $N_0 = 2{,}5\cdot10^{10}$; $t = 2$ мин.

Ответ: 2 мин

9-16. Радиоактивный образец, содержащий изотоп с периодом полураспада T, поместили в герметичный сосуд. Сколько процентов ядер образца

а) распадется за промежуток времени от t_1 до t_2 ?

б) останетсячерез время t_1 ?

$t_1 = 1$ мин; $t_2 = 3$ мин; $T = 2$ мин.

Ответы: а) 35,4%; б) 70,7 %

9-17. Радиоактивный образец, содержащий изотоп с периодом полураспада T, поместили в герметичный сосуд. Через какое время t_1 в образце останется 30% радиоактивных ядер этого изотопа? $T = 2$ мин.

Ответ: 208 с=3,47 мин

9-18. Радиоактивный образец, содержащий изотоп с периодом полураспада T, поместили в герметичный сосуд. Через какое время t_1 распадется 30% радиоактивных ядер этого изотопа? $T = 2$ мин.

Ответ: 61,7 с=1,03 мин

9-19. Радиоактивный образец поместили в герметичный сосуд. Найти период полураспада ядер этого образца, если через время $t_1 = 1$ мин.

а) распадается 30% от первоначального количества этих ядер?

б) останется 30% от первоначального количества этих ядер?

Ответы: а) 117 с=1,94 мин; б) 34,5 с=0,576 мин

9-20. Радиоактивный образец поместили в герметичный сосуд. Найти постоянную распада ядер этого образца, если через время $t_1 = 1$ мин.

а) распадается 30% от первоначального количества этих ядер?

б) останется 30% от первоначального количества этих ядер?

Ответы: а) 0,00594 $с^{-1}$; б) 0,0201 $с^{-1}$

9-21. Радиоактивный образец поместили в герметичный сосуд. Найти среднее время жизни ядер этого образца, если через время $t_1 = 1$ мин останется 30% от первоначального количества этих ядер?

Ответ: 49,8 с=0,83 мин

10. Определения, законы, качественные вопросы.

10-1. Из эксперимента Резерфода по рассеянию α-частиц на атомах вещества следует, что вся масса атома сосредоточена в очень малой области пространства, размеры которой не превышают величины ...

10-2. Спектры излучения, которые состоят из отдельных узких спектральных линий, называются ...

10-3. В водородоподобном атоме электрон переходит с пятой орбиты на первую, излучая квант света. При этом спектральная линия, соответствующая этому переходу, принадлежит серии ...

10-4. В водородоподобном атоме электрон переходит с седьмой орбиты на вторую, излучая квант света. При этом спектральная линия, соответствующая этому переходу, принадлежит серии ...

10-5. В водородоподобном атоме электрон переходит с четвертой орбиты на третью, излучая квант света. При этом спектральная линия, соответствующая этому переходу, принадлежит серии ...

10-6. На какую орбиту должен перейти электрон с восьмой орбиты атома водорода, чтобы спектральная линия, соответствующая этому переходу, находилась в видимом диапазоне спектра излучения?

10-7. На какую орбиту должен перейти электрон с восьмой орбиты атома водорода, чтобы спектральная линия, соответствующая этому переходу, находилась в ультрафиолетовом диапазоне спектра излучения?

10-8. На какую орбиту должен перейти электрон с четвертой орбиты атома водорода, чтобы спектральная линия, соответствующая этому переходу, находилась в инфракрасной области спектра излучения?

10-9. На какую ближайшую орбиту должен перейти электрон с первой орбиты атома водорода, чтобы в спектре излучения могли появиться видимые глазом спектральные линии?

10-10. На какую ближайшую орбиту должен перейти электрон с первой орбиты атома водорода, чтобы в спектре излучения могли появиться спектральные линии в инфракрасной области излучения?

10-11. Излучение испускается или поглощается атомом в виде светового кванта энергии $\hbar\omega$ при переходе электрона из одного стационарного состояния в другое. Величина кванта равна разности энергий этих состояний. Это утверждение сформулировал ...

10-12. Гипотезу о том, что частицы вещества обладают не только корпускулярными, но волновыми свойствами, выдвинул ...

10-13. Основным уравнением квантовой механики является уравнение ...

10-14. Состояние микрочастицы описывается в квантовой механике функцией, которая называется ...

10-15. Квадрат модуля волновой функции, описывающей состояние микрочастицы, равен величине, которая называется ...

10-16. Если проинтегрировать плотность вероятности по всему объему пространства, т.е. $\int|\psi|^2\,dV$, то интеграл будет равен ...

10-17. Частица находится в прямоугольной потенциальной яме шириной a с бесконечными стенками. Чему равна плотность вероятности найти частицу около стенки ...

10-18. Состояние частицы описывается волновой функцией $\psi(x, y, z)$. Чему равна вероятность найти частицу в точке с координатами (x_1, y_1, z_1)?

10-19. Микрочастица налетает на барьер, энергия которого больше энергии самой частицы. При этом частица оказывается по другую сторону барьера. Это явление называется ...

10-20. При неупругом столкновении электрона с атомом газа электрон может перейти на более высокую боровскую орбиту. Такое явление называется ...

10-21. При неупругом столкновении электрона с атомом газа электрон может преодолеть притяжение ядра и оторваться от атома. Такое явление называется ...

10-22. Чему равен самый маленький момент импульса электрона в атоме водорода в теории Бора?

10-23. Гиромагнитное отношение для атома водорода определяет связь между механическим моментом импульса электрона и ...

10-24. Гиромагнитное отношение для атома водорода определяет связь между магнитным моментом электрона и ...

10-25. Нельзя одновременно определить точные значения сопряженных величин, таких как координату x и проекцию импульса на эту ось p_x. Это утверждение называется принципом ...

10-26. Если потенциальный барьер сделать выше при той же самой ширине, то вероятность прохождения частица за счет туннельного эффекта должна ...

10-27. Если потенциальный барьер сделать уже при той же высоте, то вероятность прохождения частица за счет туннельного эффекта должна ...

10-28. Если потенциальный барьер сделать ниже при той же ширине, то вероятность прохождения частица за счет туннельного эффекта должна ...

10-29. Если потенциальный барьер сделать шире при той же высоте, то вероятность прохождения частица за счет туннельного эффекта должна ...

10-30. Назовите четвертое квантовое число для электрона в атоме:

1) главное; 2) орбитальное; 3) магнитное; 4) ....

10-31. Назовите четвертое квантовое число для электрона в атоме:

1) спиновое; 2) орбитальное; 3) магнитное; 4) ....

10-32. Назовите четвертое квантовое число для электрона в атоме:

1) спиновое; 2) главное; 3) магнитное; 4) ....

10-33. Назовите четвертое квантовое число для электрона в атоме:

1) спиновое; 2) главное; 3) орбитальное; 4) ....

10-34. Как называется величина, определяемая по формуле $\hbar\sqrt{l\left(l+1\right)}$, где l – орбитальное квантовое число.

10-35. Как называется величина, определяемая по формуле $\mu_Б\sqrt{l\left(l+1\right)}$, где l – орбитальное квантовое число, а $\mu_Б$ – магнетон Бора?

10-36. Как называется величина, определяемая по формуле $\mu_Б m$, где m – магнитное квантовое число, а $\mu_Б$ – магнетон Бора?

10-37. Как называется величина, определяемая по формуле $\hbar m$, где m – магнитное квантовое число, а $\hbar$ – постоянная Планка?

10-38. В одном квантовом состоянии, при котором одинаковы все квантовые числа, не может находиться два электрона в одной квантовой системе. Это утверждение называется принципом ...

10-39. Орбитальное квантовое число некоторого электрона в оболочке равно 3. Чему может быть равно главное квантовое число для этого электрона?

10-40. Орбитальное квантовое число некоторого электрона в оболочке равно 3. Чему может быть равно магнитное квантовое число для этого электрона?

10-41. Магнитное квантовое число некоторого электрона в оболочке равно (–3). Чему может быть равно орбитальное квантовое число для этого электрона?

10-42. Магнитное квантовое число некоторого электрона в оболочке равно (–3). Чему может быть равно главное квантовое число для этого электрона?

10-43. Главное квантовое число некоторого электрона в оболочке равно 3. Чему может быть равно орбитальное квантовое число для этого электрона?

10-44. Главное квантовое число некоторого электрона в оболочке равно 3. Чему может быть равно магнитное квантовое число для этого электрона?

10-45. Спин некоторого электрона в оболочке равен 1/2. Чему может быть равно магнитное квантовое число для этого электрона?

10-46. Как может изменяться орбитальное квантовое число при изменении состояния электрона в атоме (правило отбора)?

10-47. Как может изменяться магнитное квантовое число при изменении состояния электрона в атоме (правило отбора)?

10-48. При помещении источника в магнитное поле его спектральные линии испытывают расщепление. Это явление называется эффектом ...

10-49. Нуклиды с одинаковым числом протонов, но с разным числом нейтронов в ядре, называются ...