Министерство образования и науки РФ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Тульский государственный университет

Кафедра физики

Семин В.А.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическии занятиям
по дисциплине
ФИЗИКА

Часть 4.

Тула 2010

1. Расчет силы тока через поперечное сечение проводника.

Если ток протекает через площадь S произвольной формы, то силу тока можно рассчитать по формуле

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S} = \int_S j \cdot dS \cdot \cos\alpha \,, \qquad (1.1)$$

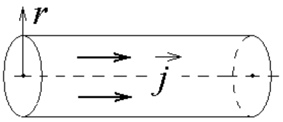
где вектор $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$, а $\vec{n}$ – это единичный вектор нормали к площадке dS ; α – угол между векторами $\vec{j}$ и $\vec{n}$.

Если проводник сделан в виде тонкой полосы, и известна линейная плотность тока *i*, то полный ток можно найти по формуле:

$$I = \int i(x)\,dx \,, \qquad (1.2)$$

где dx – ширина полоски, вдоль которой течет ток dI
(см. рис. к задаче 3).

Задача 1



По неоднородному цилиндрическому проводу радиуса R = 1 м течет ток. Найдите силу тока, протекающего через поперечное сечение проводника, если зависимость плотности тока от расстояния r до оси задается формулой $j(r) = j_0\left(\dfrac{r}{R}\right)^{20}$, где j_0 = 1 А/м^2.

Решение:

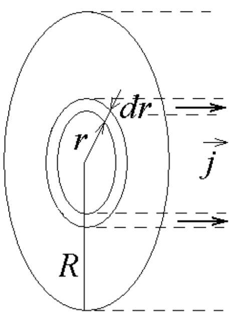


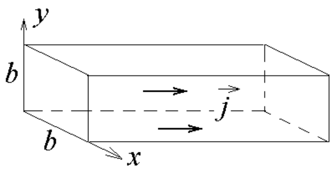
Рис.1

Разобъем поперечное сечение проводника (круг радиуса R) на кольца радиуса r и шириной dr (см. рис.1). Площадь такого кольца равна $dS = 2\pi r dr$, а угол α между $\vec{j}$ и $d\vec{S}$ равен 0°. Используя формулу (1.1), найдем полный ток, протекающий через все поперечное сечение проводника:

$$I = \int_0^R j_0\left(\frac{r}{R}\right)^{20} 2\pi r dr = \frac{2\pi j_0}{R^{20}}\int_0^R r^{21} = \frac{2\pi j_0}{R^{20}} \frac{r^{22}}{22}\Bigg|_0^R = \frac{j_0 \pi R^2}{11} = 0{,}285\,A$$

Ответ: I = 0,285 А

Задача 2



По неоднородному проводу квадратного сечения $b \times b$ течет ток. Найдите силу тока, протекающего через поперечное сечение проводника, если плотность тока зависит от расстояния x от одной из боковых граней по закону $j(x) = j_0 \left(\frac{x}{b} \right)^{99}$, где $j_0 = 1$ А/м^2; $b = 1$ м.

Решение:

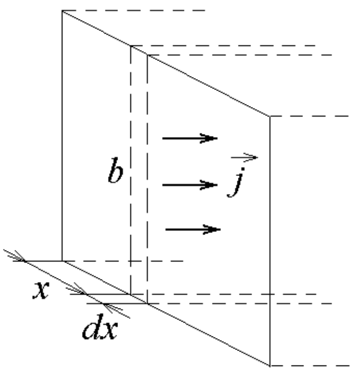


Рис.2

Разобъем поперечное сечение проводника (квадрат $b \times b$) на узкие полоски шириной dx и высотой b (см. рис.2). Площадь такой полоски равна $dS = bdx$ а угол α между $\vec{j}$ и $d\vec{S}$ равен 0°. Используя формулу (1.1), найдем полный ток, протекающий через все поперечное сечение проводника:

$$I = \int_0^b j_0 \left(\frac{x}{b} \right)^{99} bdx = \frac{j_0}{b^{98}} \int_0^b x^{99} dx = \frac{j_0}{b^{98}} \frac{x^{100}}{100} \bigg|_0^b = \frac{j_0 b^2}{100}$$

Ответ: I = 0,01 А

Задача 3

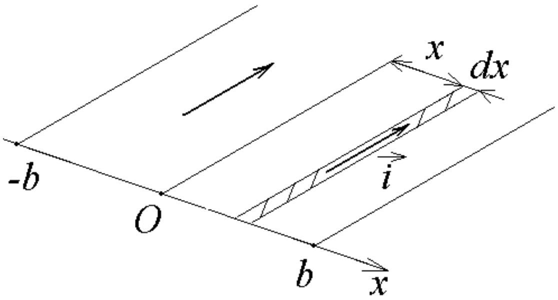


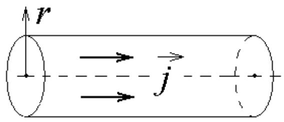
Рис.3

Вдоль средней линии проводящей полосы шириной $2b$ течет ток. Найдите силу тока, протекающего по всей полосе, если линейная плотность тока зависит от расстояния x до средней линии по закону $i(x) = i_0 \left| \frac{x}{b} \right|^{199}$, где $i_0 = 1$ А/м; $b = 1$ м.

Решение:

Выделим на плоскости параллельно средней линии на расстоянии x узкую полоску шириной dx (см. рис.3). Используя формулу (1.2) найдем полный ток: $I = \int_{-b}^{b} i_0 \left| \frac{x}{b} \right|^{199} dx = 2\int_0^b i_0 \frac{x^{199}}{b^{199}} dx = \frac{2i_0}{b^{199}} \frac{x^{200}}{200} \bigg|_0^b = \frac{i_0 b}{100} = 0{,}01 A$

Ответ: I = 0,01 А



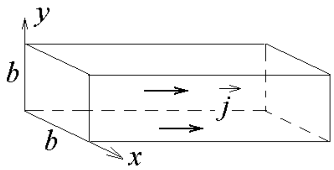
1-1. По неоднородному цилиндрическому проводу радиуса R течет ток. Найдите силу тока, протекающего через поперечное сечение проводника, если плотность тока зависит от расстояния r до оси. $j_0 = 1$ А/м^2; $R = 1$ м.

а) $j(r) = j_o \dfrac{r}{R}$; б) $j(r) = j_0 \left(\dfrac{r}{R}\right)^2$; в) $j(r) = j_0 \left(\dfrac{r}{R}\right)^3$;

г) $j(r) = j_0 \left(\dfrac{r}{R}\right)^4$; д) $j(r) = j_0 \left(\dfrac{r}{R}\right)^5$

Ответы: а) 2,09 А; б) 1,57 А; в) 1,26 А; г) 1,05 А; д) 0,897 А.

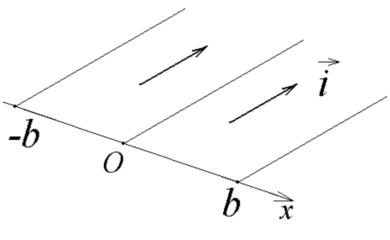
1-2. По неоднородному проводу квадратного сечения $b \times b$ течет ток. Найдите силу тока, протекающего через поперечное сечение проводника, если плотность тока зависит от расстояния x от одной из боковых граней.. $j_0 = 1$ А/м^2; $b = 1$ м.



а) $j(x) = j_0 \dfrac{x}{b}$; б) $j(x) = j_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^2$; в) $j(x) = j_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^3$;

г) $j(x) = j_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^4$; д) $j(x) = j_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^5$.

Ответы: а) 0,5 А; б) 0,333 А; в) 0,25 А; г) 0,2 А; д) 0,167 А.



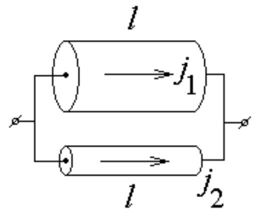
1-3. Вдоль средней линии проводящей полосы шириной $2b$ течет ток. Найдите силу тока, протекающего по всей полосе, если линейная плотность тока зависит от расстояния x до средней линии. $i_0 = 1$ А/м; $b = 1$ м.

а) $i(x) = i_0 \left|\dfrac{x}{b}\right|$ б) $i(x) = i_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^2$ в) $i(x) = i_0 \left|\dfrac{x}{b}\right|^3$

г) $i(x) = i_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^4$ д) $i(x) = i_0 \left|\dfrac{x}{b}\right|^5$

Ответы: а) 1 А; б) 0,667 А; в) 0,5 А; г) 0,4 А; д) 0,333 А.

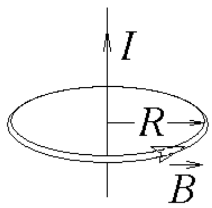
1-4э. Два проводника разного сечения и одинаковой длины подключены параллельно в цепь постоянного тока. Как соотносятся между собой величины плотностей тока в этих проводниках?



а) $j_1 > j_2$; б) $j_1 = j_2$; в) $j_1 < j_2$;
г) не хватает данных.

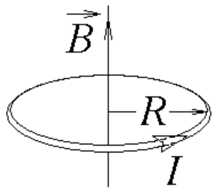
2. Суперпозиция магнитного поля, созданного токами, протекающими в одной плоскости.

Рассмотрим несколько простых примеров создания магнитного поля электрическим током, текущим по проводникам разных конфигураций:



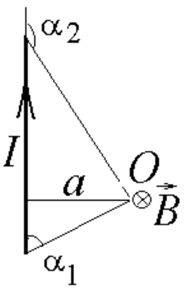
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}, \qquad (2.1)$$

– индукция магнитного поля прямого провода на расстоянии R от него.



$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}, \qquad (2.2)$$

– индукция магнитного поля в центре витка с радиусом R.



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right), \qquad (2.3)$$

– индукция магнитного поля, созданного отрезком с током в точке O на расстоянии a от линии, на которой лежит этот отрезок.

Направление индукции магнитного поля $\vec{B}$ определяется по правилу правого винта (см. рисунки к формулам (2.1) – (2.3)).

Индукция магнитного поля, созданного проводником сложной конфигурации, находится по принципу суперпозиции полей:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i\ . \qquad (2.4)$$

Задача 4

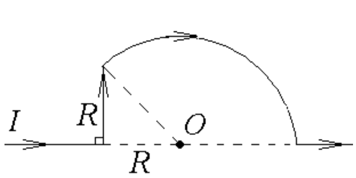


Рис.4

Электрический ток $I = 1$ А течет по длинному проводу, изогнутому так, как показано на рис.4. Найдите индукцию магнитного поля, созданного этим током в точке O, если $R = 1$ м.

Решение:

Как видно из рисунка, магнитное поле в точке О создается отрезком длиной R и дугой радиуса $\sqrt{2}R$ с углом разворота $\varphi = 135°$. Электрический ток, направленный на точку О магнитного поля в ней не создает.

Используем формулу (2.2) для нахождения индукции магнитного поля, созданного дугой:

$$B_{\text{дуги}} = \frac{135°}{360°}\frac{\mu_0 I}{2\sqrt{2}R} = \frac{135 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{360 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1} = 1,666 \cdot 10^{-7} \text{ Тл}$$

Индукцию магнитного поля, созданного отрезком, найдем по формуле (2.3), подставляя следующие данные:

$a = R$; $\alpha_1 = 90°$; $\alpha_2 = 135°$.

$$B_{\text{отрезка}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(\cos 90° - \cos 135°\right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{4\pi \cdot 1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0,707 \cdot 10^{-7} \text{ Тл}$$

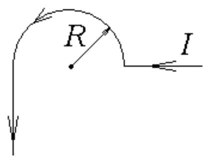
Результирующее поле равно сумме этих полей, так как вектора индукции $\vec{B}_{\text{дуги}}$ и $\vec{B}_{\text{отрезка}}$ направлены в точке О в одну сторону:

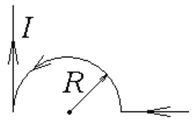
$B_{\text{рез}} = B_{\text{отр}} + B_{\text{дуги}} = 0,237$ мкТл

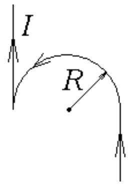
Ответ: 0,237 мкТл;

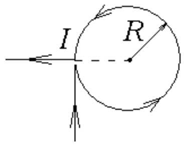
2-1. Электрический ток течет по длинному проводу, изогнутому так, как показано на рисунке. Найдите индукцию магнитного поля, созданного этим током в центре окружности. I =1 А, R = 1 м.

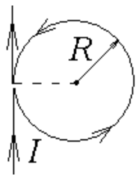
а) 

б) 

в) 

г) 

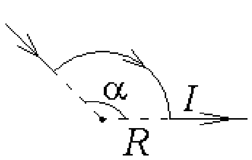
д) 

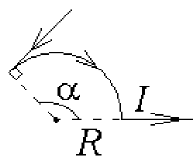
е) 

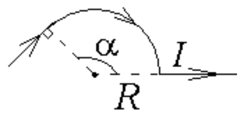
Ответы: а) 0,314 мкТл; б) 0,414 мкТл; в) 0,214 мкТл;
г) 0,314 мкТл; д) 0,528 мкТл; е) 0,428 мкТл.

2-2. Электрический ток течет по длинному проводу, изогнутому так, как показано на рисунке. Найдите индукцию магнитного поля, созданного этим током в центре дуги.

I =1 А, R = 1 м, $\alpha = 120^0$.

а) 

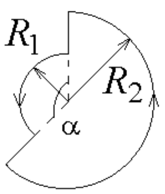
б) 

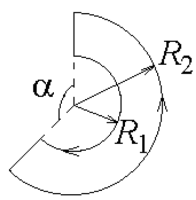
в) 

Ответы: а) 0,209 мкТл; б) 0,109 мкТл; в) 0,309 мкТл;

2-3. Электрический ток течет по длинному проводу, изогнутому так, как показано на рисунке. Найдите индукцию магнитного поля, созданного этим током в центре дуг.

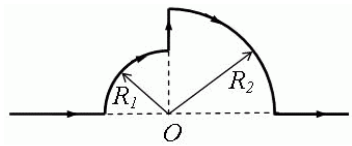
I =1 А, R_1 = 1 м, R_2 = 2 м, $\alpha = 120^0$.

а) 

Ответ: 0,419 мкТл; б) 

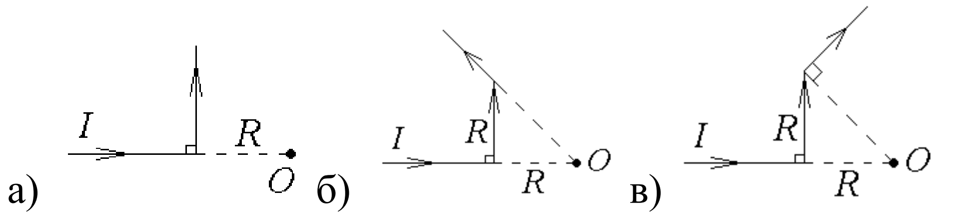
Ответ: 0,209 мкТл;

2-4. Электрический ток течет по длинному проводу, изогнутому так, как показано на рисунке. Найдите индукцию магнитного поля, созданного этим током в центре дуг O. I =1 А, R_1 = 1 м, R_2 = 2 м, .

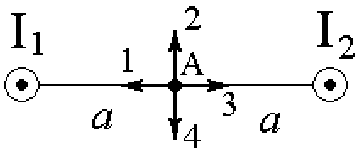


Ответ: 0,236 мкТл;

2-5. Электрический ток течет по длинному проводу, изогнутому так, как показано на рисунке. Найдите индукцию магнитного поля, созданного этим током в точке O. I =1 А, R = 1 м.

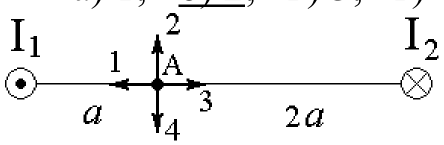


Ответы: а) 0,1 мкТл; б) 0,0707 мкТл; в) 0,141 мкТл.



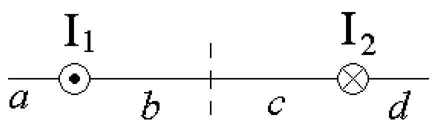
2-6э. Магнитное поле создано двумя длинными параллельными проводниками с токами I_1 и I_2, расположенными перпендикулярно плоскости чертежа. Если $I_1 = 2I_2$, то вектор $\vec{B}$ индукции результирующего поля в точке А направлен ...

а) 1; <u>б) 2</u>; в) 3; г) 4; д) $\vec{B} = 0$



2-7э. Магнитное поле создано двумя длинными параллельными проводниками с токами I_1 и I_2, расположенными перпендикулярно плоскости чертежа. Если $I_1 = 2I_2$, то вектор $\vec{B}$ индукции результирующего поля в точке А направлен ...

а) 1; <u>б) 2</u>; в) 3; г) 4; д) $\vec{B} = 0$



2-8э. На рисунке изображены сечения двух прямолинейных длинных параллельных проводников с противоположно направленными токами, причем $I_1 = 2I_2$. Индукция $\vec{B}$ магнитного поля равна нулю в некоторой точке участка ...

1) *a;* 2) *b;* 3) *c*; <u>4) *d*;</u> 5) нет такой точки; 6) посередине между проводами;

3. Суперпозиция магнитного поля, созданного токами, протекающими в разных плоскостях.

Задача 5

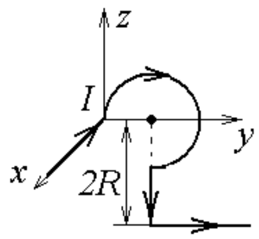


Рис.5

Ток $I = 1$ А течет по длинному проводу, изогнутому так, как показано на рис.5. Найдите индукцию магнитного поля, созданного этим током в центре окружности радиуса $R = 1$ м.

Решение:

Найдем отдельные вклады в индукцию магнитного поля в точке О (центр окружности), созданные двумя полубесконечными прямолинейными проводниками и проводником в виде дуги с углом разворота $\varphi = \dfrac{3\pi}{2}$.

Для луча с током, текущим против оси x на расстоянии R от точки О, воспользуемся формулой (2.1):

$$B_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{4\pi \cdot 1} = 10^{-7} \text{ Тл}$$

Для второго луча с током, текущим вдоль оси y на расстоянии $2R$ от точки О, также используем формулу (2.1):

$$B_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 2R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{8\pi \cdot 1} = 0{,}5 \cdot 10^{-7} \text{ Тл}$$

Для проводника в виде дуги в $3/4$ окружности радиусом R используем формулу (2.2):

$$B_3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{12\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{8 \cdot 1} = 4{,}71 \cdot 10^{-7} \text{ Тл}$$

Направления векторов $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ и $\vec{B}_3$ различны:

$\vec{B}_1$ – направлен *против* оси *z*;

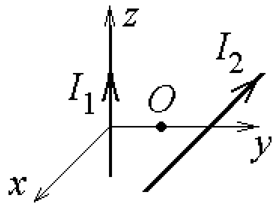
$\vec{B}_2$ – направлен *вдоль* оси *x;*

$\vec{B}_3$ – направлен *против* оси *x*.

Используя принцип суперпозиции (2.4) и теорему Пифагора, найдем модуль индукции результирующего магнитного поля в точке О:

$$B_{\text{рез}} = \sqrt{B_1^2 + \left(B_2 - B_3\right)^2} = 10^{-7} \cdot \sqrt{1^2 + \left(0,5 - 4,71\right)^2} = 4,33 \cdot 10^{-7} \text{ Тл}$$

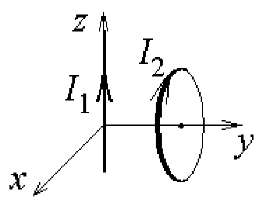
Ответ: 0,433 мкТл



3-1. Ток I_1 течет по прямому проводу вдоль оси *z*. В плоскости *xy* антипараллельно оси *x* на расстоянии $2R$ от начала координат течет прямой ток I_2. Найдите индукцию магнитного поля, созданного этими токами в точке *O*, расположенной посередине между проводами. $I_1 =$ 1 А, $I_2 = 2$ А, R = 1 м.

Ответ: 0,447 мкТл;

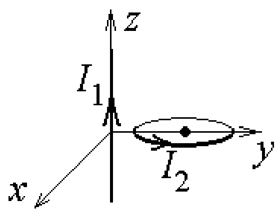
3-2. Ток I_1 течет по прямому проводу вдоль оси *Z*. Параллельно



плоскости *XZ* расположен виток радиуса *R* с током I_2. Центр витка лежит на оси *Y* на расстоянии *R* от начала координат. Найдите индукцию магнитного поля, созданного этими токами в центре витка.

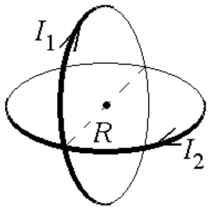
$I_1 =$ 1 А, $I_2 = 2$ А, R = 1 м.

Ответ: 1,27 мкТл;



3-3. Ток I_1 течет по прямому проводу вдоль оси *Z*. Параллельно плоскости *XY* расположен виток радиуса *R* с током I_2. Центр витка лежит на оси *Y* на расстоянии 2*R* от начала координат . Найдите индукцию магнитного поля, созданного этими токами в центре витка. $I_1 =$ 1 А, $I_2 = 2$ А, R = 1 м.

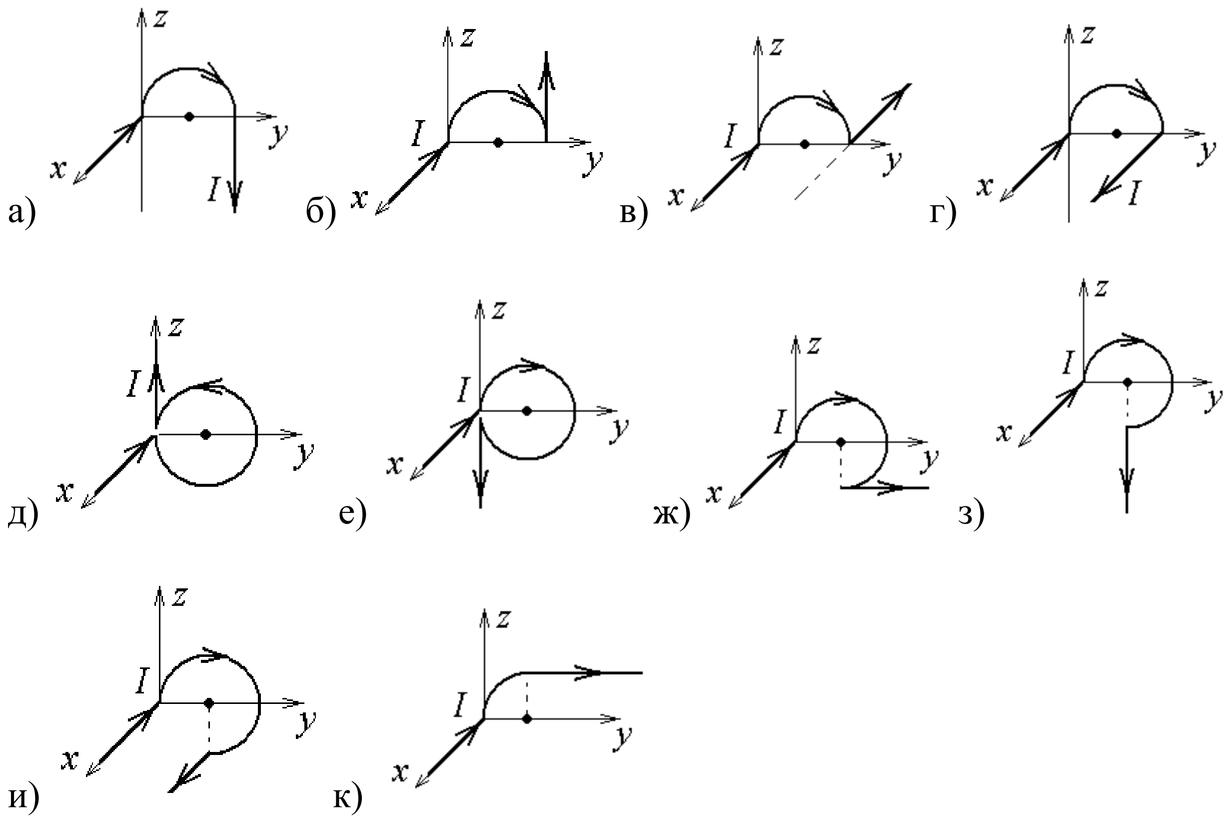
Ответ: 1,26 мкТл;



3-4. Токи I_1 и I_2 текут по двум одинаковым виткам радиуса R с общим центром в перпендикулярных плоскостях. Найдите индукцию магнитного поля, созданного этими токами в центре витков. $I_1 = 1$ А, $I_2 = 2$ А, $R = 1$ м.

Ответ: 1,40 мкТл;

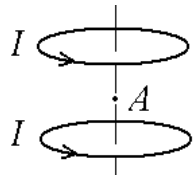
3-5. Ток I течет по длинному проводу, изогнутому так, как показано на рисунке. Найдите индукцию магнитного поля, созданного этим током в центре окружности радиуса R. $I = 1$ А, $R = 1$ м.



Ответы: а) 0,426 мкТл; б) 0,236 мкТл; в) 0,314 мкТл; г) 0,372·мкТл;

д) 0,537 мкТл; е) 0,537 мкТл; ж) 0,384 мкТл; з) 0,481 мкТл;

и) 0,492 мкТл; к) 0,276 мкТл;



3-6э. По двум соосным виткам течет одинаковый ток в одном направлении. Расстояние между центрами витков равно 2 см. Верхний виток создает магнитное поле с индукцией B = 1 мкТл в точке А, расположенной на оси на растоянии 1 см от его центра. Чему равна величина индукции магнитного поля, созданного двумя витками?

а) 2 мкТл; б) 0 мкТл; в) $\sqrt{2}$ мкТл; г) 4 мкТл.

4. Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля.

$$\oint_{\Gamma} \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i \qquad (4.1)$$

– циркуляция по замкнутому контуру вектора индукции магнитного поля равна алгебраической сумме сил токов, пронизывающих поверхность S, ограниченную контуром, умноженной на магнитную постоянную $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Сила тока считается положительной, если направление тока в точке пересечения с поверхностью S совпадает с направлением положительной нормали к поверхности в этой точке, и отрицательный, если направление тока противоположно направлению этой нормали. Положительная нормаль определяется по правилу правого винта по отношению к направлению обхода Γ (см. рис.6).

Если один из токов охватывается контуром N раз, то в формуле (4.1) такой ток будет складываться N раз.

Задача 6

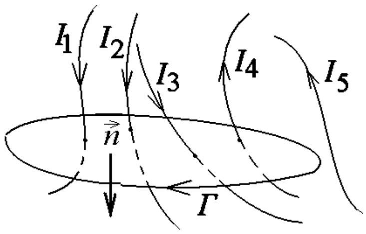


Рис.6

По длинным проводам различной конфигурации текут разные токи (см. рис.6). Найдите циркуляцию вектора индукции магнитного поля, созданного этими токами, по замкнутому контуру Г.

$I_1 = 1$ А, $I_2 = 2$ А, $I_3 = 3$ А, $I_4 = 4$ А, $I_5 = 5$ А.

Решение:

Нарисуем вектор нормали $\vec{n}$ в соответствии с обходом Γ по правилу правого винта (см. рис.6). Таким образом можно определить знак каждой силы тока, входящей в формулу (4.1) и найти циркуляцию:

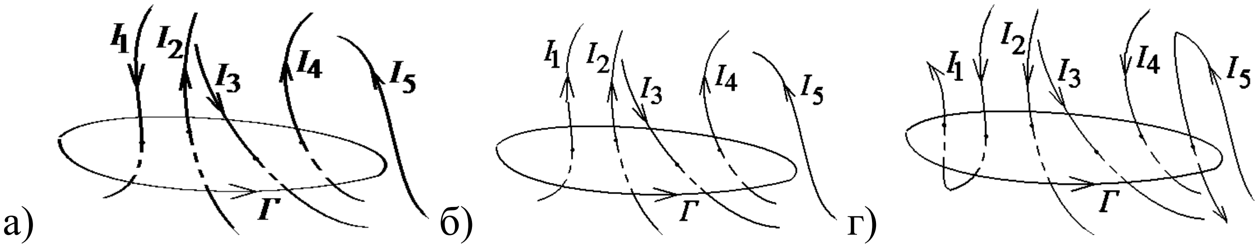
$$\oint_{\Gamma} \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \left(I_1 + I_2 + I_3 - I_4 \right) = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 = 2{,}51 \cdot 10^{-6} \text{ Тл·м}$$

В этом примере учтено, что ток I_5 не пронизывает контур, поэтому и не входит в алгебраическую сумму в формуле (4.1)

Ответ: 2,51 мкТл·м.

4-1. По длинным проводам различной конфигурации текут разные токи. Найдите циркуляцию вектора индукции магнитного поля, созданного этими токами, по замкнутому контуру Г.

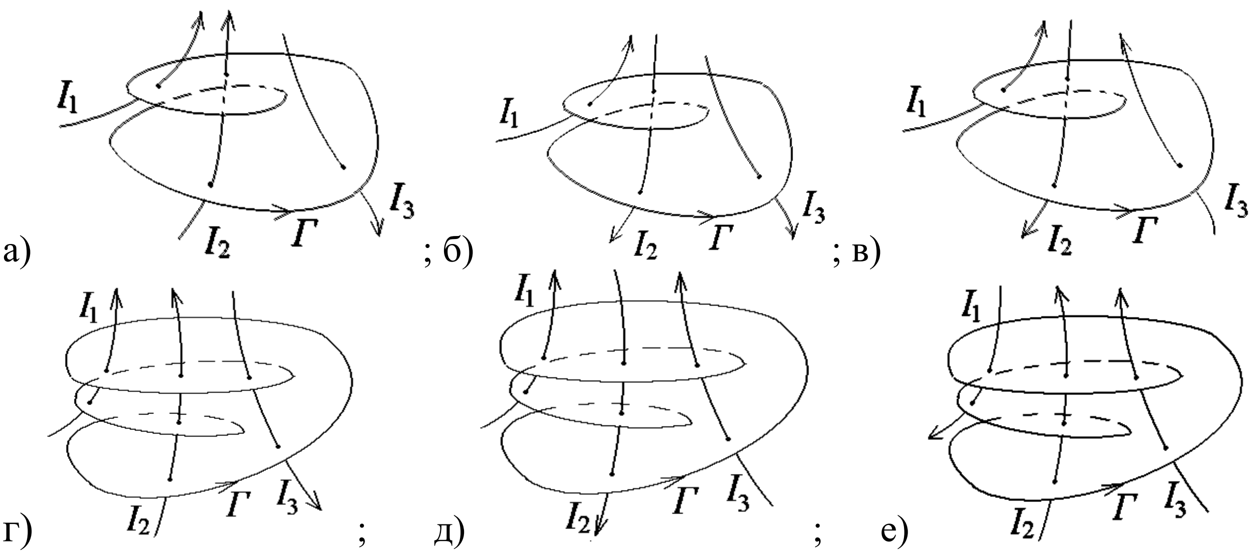
$I_1 = 1$ А, $I_2 = 2$ А, $I_3 = 3$ А, $I_4 = 4$ А, $I_5 = 5$ А.



Ответы: а) 2,51 мкТл·м; б) 5,02 мкТл·м; г) – 17,6 мкТл·м.

4-2. По длинным проводам различной конфигурации текут разные токи. Найдите циркуляцию вектора индукции магнитного поля, созданного этими токами, по замкнутому контуру Г.

$I_1 = 1$ А, $I_2 = 2$ А, $I_3 = 3$ А.



Ответы: а) 2,51 мкТл·м; б) – 7,54 мкТл·м; в) 0;
г) 2,51 мкТл·м; д) 2,51 мкТл·м; е) 12,6 мкТл·м.

5. Диполи в электрическом и магнитном полях.

Система из двух одинаковых по модулю, но разных по знаку электрических зарядов q, находящихся на очень малом расстоянии друг от друга l (по сравнению с расстоянием до точки наблюдения r), называется *диполем*. Диполь характеризуется *электрическим моментом* $\vec{p}_e = q\vec{l}$, где $\vec{l}$ – вектор, направленный из отрицательного заряда к положительному. Диполь, взаимодействуя с электрическим полем, обладает потенциальной энергией взаимодействия

$$W = -\left(\vec{p}_e \cdot \vec{E}\right) \tag{5.1}$$

Стремясь занять в пространстве положение с наименьшей потенциальной энергией (5.1), диполь разворачивается своим моментом вдоль напряженности поля $\vec{E}$. В неоднородном электрическом поле на такой диполь действует сила

$$\vec{F} = -gradW = -\left(\vec{i}\frac{\partial W}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial W}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial W}{\partial z}\right), \tag{5.2}$$

которая стремится втянуть диполь в область с большей напряженностью.

Небольшой виток площадью S с током I обладает *магнитным моментом* $\vec{p}_m = I \cdot \vec{S} = I \cdot S \cdot \vec{n}$, который направлен вдоль положительной нормали $\vec{n}$, определяемой по правилу правого винта относительно направления тока по этому витку. Такой магнитный момент, взаимодействуя с внешним магнитным полем с индукцией $\vec{B}$, обладает энергией взаимодействия

$$W = -\left(\vec{p}_m \cdot \vec{B}\right) \tag{5.3}$$

Аналогично электрическому диполю магнитный диполь также стремится принять положение с минимальной энергией (5.3) и разворачивается своим моментом вдоль поля $\vec{B}$, а в неоднородном магнитном поле на него действует сила (5.2), втягивающая такой виток в область с бóльшими значениями $\vec{B}$.

Задача 7

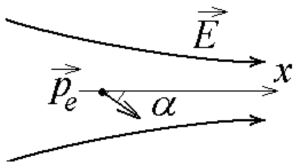


Рис.7

Электрический диполь с дипольным моментом $\vec{p}_e$, удерживают в неоднородном электрическом поле на оси *x* под углом α к ней в точке с координатой x_0. Определите проекцию силы F_x, действующей на диполь, если напряженность электрического поля на оси *x* меняется по закону $E(x) = E_0\left(\dfrac{x}{b}\right)^5$,

где $p_e = 1$ Кл·м; $E_0 =$ 1 В/м; b = 1 м; x_0 = 1 м; α = 60°.

Решение:

По формуле (5.1) найдем зависимость энергии взаимодействия диполя и электрического поля:

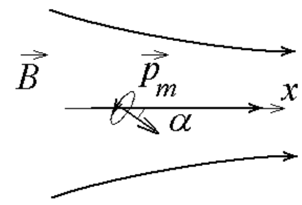
$$W = -\left(\vec{p}_e \cdot \vec{E}\right) = -p_e E_0 \left(\frac{x}{b}\right)^5 \cos\alpha = -1 \cdot 1 \cdot \frac{x^5}{1^2}\frac{1}{2} = -\frac{x^5}{2}$$

Из формулы (5.2) найдем проекцию силы на ось *x* в точке $x = x_0$:

$$F_x = -\left.\frac{\partial W}{\partial x}\right|_{x=x_0} = +\frac{5x_0^4}{2} = 2{,}5 \text{ Н}$$

Ответ: 2,5 Н

5-1. Небольшой виток с током, обладающий магнитным моментом $\vec{p}_m$, удерживают в неоднородном магнитном поле на оси x под углом α к ней. Определите проекцию силы F_x, действующей на виток в точке с координатой x_0, если величина индукция магнитного поля на оси x меняется по закону $B = B(x)$.



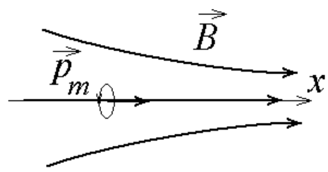
$p_m = 1$ А·м^2; $B_0 =$ 1 Тл; $b = 1$ м; x_0 = 1 м; $\alpha = 60°$.

а) $B(x) = B_0 \frac{x}{b}$; б) $B(x) = B_0 \left(\frac{x}{b}\right)^2$; в) $B(x) = B_0 \left(\frac{x}{b}\right)^3$

г) $B(x) = B_0 \left(\frac{x}{b}\right)^4$; д) $B(x) = B_0 \left(\frac{x}{b}\right)^5$.

Ответы: а) 0,5 Н; б) 1 Н; в) 1,5 Н; г) 2 Н; д) 2,5 Н.

5-2. Небольшой виток с током, обладающий магнитным моментом $\vec{p}_m$, удерживают в неоднородном магнитном поле на оси x в точке с координатой x_0. Направление магнитного момента витка совпадает с направлением индукции магнитного поля. Определите проекцию силы F_x, действующей на виток, если величина индукция магнитного поля на оси x меняется по закону $B = B(x)$.



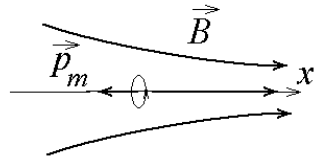
$p_m = 1$ А·м^2; $B_0 =$ 1 Тл; $b = 1$ м; x_0 = 1 м.

а) $B(x) = B_0 \frac{x}{b}$; б) $B(x) = B_0 \left(\frac{x}{b}\right)^2$; в) $B(x) = B_0 \left(\frac{x}{b}\right)^3$;

г) $B(x) = B_0 \left(\frac{x}{b}\right)^4$; д) $B(x) = B_0 \left(\frac{x}{b}\right)^5$.

Ответы: а) 1 Н; б) 2 Н; в) 3 Н; г) 4 Н; д) 5 Н.

5-3. Небольшой виток с током, обладающий магнитным моментом $\vec{p}_m$, удерживают в неоднородном магнитном поле на оси x в точке с координатой x_0. Направление магнитного момента витка противоположно направлению индукции магнитного поля. Определите проекцию силы F_x, действующей на виток, если величина индукции магнитного поля на оси x меняется по закону $B = B(x)$.



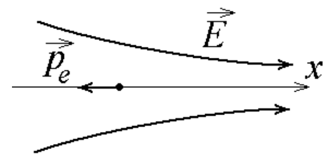
$p_m = 1$ А·м^2; $B_0 =$ 1 Тл; $b = 1$ м; $x_0 = 1$ м.

а) $B(x) = B_0 \dfrac{x}{b}$; б) $B(x) = B_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^2$; в) $B(x) = B_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^3$;

г) $B(x) = B_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^4$; д) $B(x) = B_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^5$.

Ответы: а) –1 Н; б) –2 Н; в) –3 Н; г) –4 Н; д) –5 Н.

5-4. Электрический диполь с дипольным моментом $\vec{p}_e$, удерживают в неоднородном электрическом поле на оси x в точке с координатой x_0. Направление дипольного момента противоположно направлению напряженности электрического поля. Определите проекцию силы F_x, действующей на диполь, если величина напряженности на оси x меняется по закону $E = E(x)$. $p_e = 1$ Кл·м; $E_0 =$ 1 В/м; $b = 1$ м; $x_0 = 1$ м.

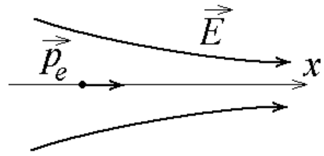


а) $E(x) = E_0 \dfrac{x}{b}$; б) $E(x) = E_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^2$; в) $E(x) = E_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^3$

г) $E(x) = E_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^4$; д) $E(x) = E_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^5$.

Ответы: а) –1 Н; б) –2 Н; в) –3 Н; г) –4 Н; д) –5 Н.

5-5. Электрический диполь с дипольным моментом $\vec{p}_e$, удерживают в неоднородном электрическом поле на оси x в точке с координатой x_0.



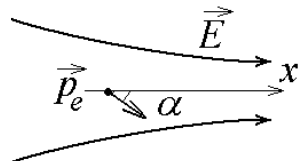
Направление дипольного момента совпадает с направлением напряженности электрического поля. Определите проекцию силы F_x, действующей на диполь, если величина напряженности на оси x меняется по закону $E = E(x)$. $p_e = 1$ Кл·м; $E_0 =$ 1 В/м; $b = 1$ м; x_0 = 1 м.

а) $E(x) = E_0 \dfrac{x}{b}$; б) $E(x) = E_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^2$; в) $E(x) = E_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^3$

г) $E(x) = E_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^4$; д) $E(x) = E_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^5$.

Ответы: а) 1 Н; б) 2 Н; в) 3 Н; г) 4 Н; д) 5 Н.

5-6. Электрический диполь с дипольным моментом $\vec{p}_e$, удерживают в неоднородном электрическом поле на оси x под углом α к ней в точке с координатой x_0.



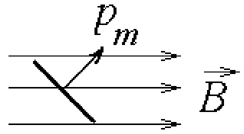
Определите проекцию силы F_x, действующей на диполь, если напряженность электрического поля на оси x меняется по закону $E = E(x)$. $p_e = 1$ Кл·м; $E_0 =$ 1 В/м; $b = 1$ м; x_0 = 1 м; α = 60°.

а) $E(x) = E_0 \dfrac{x}{b}$; б) $E(x) = E_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^2$; в) $E(x) = E_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^3$

г) $E(x) = E_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^4$.

Ответы: а) 0,5 Н; б) 1 Н; в) 1,5 Н; г) 2 Н.

5-7э. Рамка с током, обладающая магнитным моментом $\vec{p}_m$, находится в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$. Куда направлен момент сил, действующий на рамку?



а) перпендикулярно рисунку "от нас";

б) перпендикулярно рисунку "к нам";

в) вдоль индукции магнитного поля;

г) против индукции магнитного поля.

6. Э.Д.С. индукции и самоиндукции

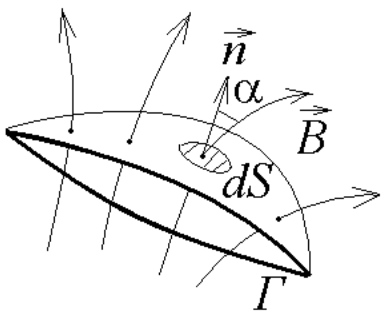


Рис. 8

Рассмотрим замкнутый контур Γ произвольной формы в неоднородном магнитном поле, который ограничивает некоторую поверхность S (см. рис.8). Потоком индукции магнитного поля сквозь эту поверхность называется величина

$$\Phi = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S BdS\cos\alpha\,, \qquad (6.1)$$

где α – угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к площадке поверхности dS, которую магнитное поле пронизывает.

При изменении потока Φ во времени в контуре Γ возникает **Э.Д.С. индукции** – электродвижущая сила, равная скорости изменения магнитного потока (*закон электромагнитной индукции Фарадея*):

$$\varepsilon_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (6.2)$$

Если бы контур был сделан из проводящего вещества, то по нему потек бы электрический ток.

Поток Φ может изменяться по следующим причинам.

1) Изменяется индукция магнитного поля $\vec{B}$.

2) Изменяются геометрические размеры контура, т.е. изменяется площадь S.

3) Изменяется ориентация контура в пространстве, т.е. изменяется угол α.

В случае 1) в пространстве возникает вихревое электрическое поле $\vec{E}_{\text{вихр}}$, действующее на свободные электроны проводящего контура.

В случаях 2) и 3) из-за перемещения проводника в магнитном поле на свободные электроны в нем действует сила Лоренца.

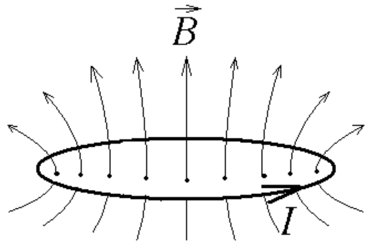


Рис. 9

Если рассмотреть контур, по которому протекает ток I (см. рис.9), то индукция $\vec{B}$ порождаемого этим током магнитного поля создает сквозь поверхность контура поток, пропорциональный силе тока I:

$$\Phi = L \cdot I\,, \qquad (6.3)$$

где коэффициент пропорциональности L называется *индуктивностью контура.* Если ток в контуре начинает изменяться, то в нем возникнет **Э.Д.С. самоиндукции:**

$$\varepsilon_{\text{самоинд}} = -\frac{d\left(L \cdot I\right)}{dt} \qquad (6.4)$$

Знак "–" в формулах (6.2) и (6.4) означает, что **при изменении магнитного потока сквозь замкнутый контур в нем возникает такая Э.Д.С., которая стремится уменьшить изменение потока.** Это *правило Ленца.* В результате *увеличения* силы тока на рис. 9, а следовательно и индукции $\vec{B}$, возникает вихревое электрическое поле, направленное против тока I в контуре.

Задача 8

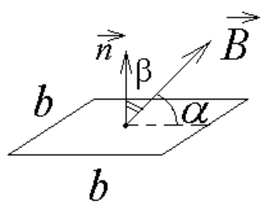


Рис. 10

Квадратный проводящий контур со стороной b = 1 м пронизывает однородное магнитное поле под углом α = 30° к плоскости контура. Индукция магнитного поля меняется со временем по закону $B(t) = B_0\left(\dfrac{t}{\tau}\right)^8$.

Найти модуль э.д.с. индукции в контуре в момент времени t = 1 с, если $B_0 = 1$ Тл; τ = 1 с.

Решение:

Определим зависимость магниного потока от времени:

$$\Phi = BS\cos\beta = BS\cos\left(90^\circ - \alpha\right) = B_0\left(\frac{t}{\tau}\right)^8 b^2\cos 60^\circ = \frac{1}{2}\frac{B_0 b^2}{\tau^8}t^8$$

По формуле (6.2) определим модуль Э.Д.С. индукции:

$$\varepsilon_{\text{инд}} = \frac{d}{dt}\left(\frac{B_0 b^2}{2\tau^8}t^8\right) = \frac{B_0 b^2}{2\tau^8}8t^7 = 4\ \text{В}$$

Ответ: 4 В

Задача 9

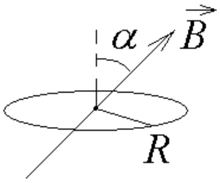
По проводящему контуру индуктивностью L течет ток I. Найти модуль э.д.с. самоиндукции в контуре в момент времени t = 1 с, если и ток и индуктивность изменяются со временем по законам $L(t) = L_0\left(\frac{t}{\tau}\right)^6$, $I(t) = I_0\frac{t}{\tau}$, где L_0 = 1 Гн; I_0 = 1А; τ = 1 с.

Решение:

Воспользуемся формулой (6.4):

$$\left|\varepsilon_{\text{самоинд}}\right| = \left|\frac{d\left(L\cdot I\right)}{dt}\right| = \frac{d}{dt}\left(L_0\left(\frac{t}{\tau}\right)^6 I_0\frac{t}{\tau}\right) = \frac{L_0 I_0}{\tau^7}\frac{d}{dt}\left(t^7\right) = \frac{7L_0 I_0 t^7}{\tau^7} = 7\ \text{В}.$$

Ответ: 7 В.



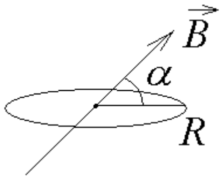
6-1. Круговой проводящий виток радиуса R пронизывает однородное магнитное поле под углом α к нормали витка. Индукция магнитного поля меняется со временем по закону $B = B(t)$. Найти модуль э.д.с. индукции в контуре в момент времени t, если
$B_0 = 1$ Тл; $\tau = 1$ с; $t = 1$ с; $R = 1$ м; $\alpha = 60°$.

а) $B(t) = B_0 \frac{t}{\tau}$; б) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^2$; в) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^3$;

г) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^4$; д) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^5$; е) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^6$;

ж) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^7$; з) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^8$.

Ответы: а) 1,57 В; б) 3,14 В; в) 4,71 В;
г) 6,28 В; д) 7,85 В; е) 9,42 В;
ж) 11 В; з) 12,56 В



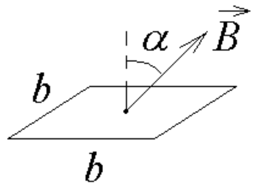
6-2. Круговой проводящий виток радиуса R пронизывает однородное магнитное поле под углом α к плоскости витка. Индукция магнитного поля меняется со временем по закону $B = B(t)$. Найти модуль э.д.с. индукции в контуре в момент времени t, если
$B_0 = 1$ Тл; $\tau = 1$ с; $t = 1$ с; $R = 1$ м; $\alpha = 30°$.

а) $B(t) = B_0 \frac{t}{\tau}$; б) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^2$; в) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^3$;

г) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^4$; д) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^5$; е) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^6$;

ж) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^7$; з) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^8$.

Ответы: а) 1,57 В; б) 3,14 В; в) 4,71 В;
г) 6,28 В; д) 7,85 В; е) 9,42 В;
ж) 11 В; з) 12,56 В



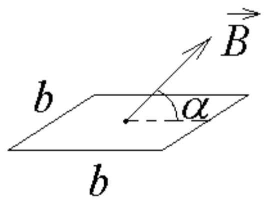
6-3. Квадратный проводящий контур со стороной *b* пронизывает однородное магнитное поле под углом α к нормали контура. Индукция магнитного поля меняется со временем по закону $B = B(t)$. Найти модуль э.д.с. индукции в контуре в момент времени *t*, если $B_0 = 1$ Тл; τ = 1 с; *t* = 1 с; *b* = 1 м; α = 60°.

а) $B(t) = B_0 \frac{t}{\tau}$; б) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^2$; в) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^3$;

г) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^4$; д) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^5$; е) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^6$;

ж) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^7$; з) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^8$.

Ответы: а) 0,5 В; б) 1 В; в) 1,5 В;
г) 2 В; д) 2,5 В; е) 3 В;
ж) 3,5 В; з) 4 В



6-4. Квадратный проводящий контур со стороной *b* пронизывает однородное магнитное поле под углом α к плоскости контура. Индукция магнитного поля меняется со временем по закону $B = B(t)$. Найти модуль э.д.с. индукции в контуре в момент времени *t,* если $B_0 = 1$ Тл; τ = 1 с; *t* = 1 с; *b* = 1 м; α = 30°.

а) $B(t) = B_0 \frac{t}{\tau}$; б) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^2$; в) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^3$; г) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^4$;

д) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^5$; е) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^6$; ж) $B(t) = B_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)^7$;

Ответы: а) 0,5 В; б) 1 В; в) 1,5 В; г) 2 В;
д) 2,5 В; е) 3 В; ж) 3,5 В;

6-5. По проводящему контуру индуктивностью L течет ток I. Найти модуль э.д.с. самоиндукции в контуре в момент времени t, если и ток и индуктивность изменяются со временем по законам $L(t)$ и $I(t)$.

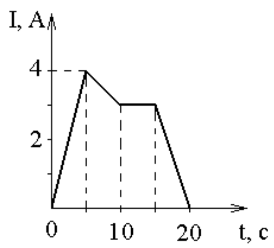
$L_0 = 1$ Гн; $I_0 = 1$А; $\tau = 1$ с; $t = 1$ с.

а) $L(t) = L_0 \dfrac{t}{\tau}$, $I(t) = I_0 \dfrac{t}{\tau}$; б) $L(t) = L_0 \left(\dfrac{t}{\tau}\right)^2$, $I(t) = I_0 \dfrac{t}{\tau}$;

в) $L(t) = L_0 \left(\dfrac{t}{\tau}\right)^3$, $I(t) = I_0 \dfrac{t}{\tau}$; г) $L(t) = L_0 \left(\dfrac{t}{\tau}\right)^4$, $I(t) = I_0 \dfrac{t}{\tau}$;

д) $L(t) = L_0 \left(\dfrac{t}{\tau}\right)^5$, $I(t) = I_0 \dfrac{t}{\tau}$;

Ответы: а) 2 В; б) 3 В; в) 4 В; г) 5 В; д) 6 В;



6-6э. В катушке с индуктивностью $L = 1$ Гн течет ток, изменяющийся со временем так, как показано на рисунке. Найти модуль среднего значения ЭДС самоиндукции в интервале времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 20$ с.
а) 0,8 В; б) 0,3 В; в) 0,2 В; г) 0;

6-7э. Рамка с площадью $S = 10^{-2}$м^2 расположена перпендикулярно линиям индукции магнитного поля. Величина индукции меняется в зависимости от времени по закону $B = \left(2 + 5t^2\right) \cdot 10^{-2}$ Тл. Чему равен магнитный поток сквозь рамку?

а) 0; б) $\Phi = \left(2 + 5t^2\right) \cdot 10^{-4}$ Вб; в) $10t \cdot 10^{-4}$ Вб; г) $\left(2t + \dfrac{5t^3}{3}\right) \cdot 10^{-4}$ Вб.

7. Движение заряженной частицы в магнитном поле

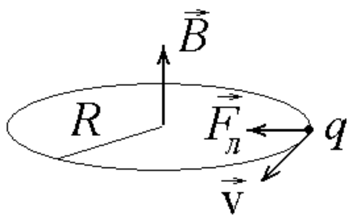


Рис. 11

Если частица с электрическим зарядом q и массой m влетает со скоростью $\vec{v}$ в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, то на нее начинает действовать сила Лоренца

$$\vec{F}_л = q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right], \qquad (7.1)$$

которая перпендикулярна скорости частицы $\vec{v}$ и индукции $\vec{B}$. Это приводит к искривлению траектории без изменения скорости частицы (так как сила Лоренца не совершает работу).

Рассмотрим ситуацию, когда частица влетает в магнитное поле перпендикулярно индукции $\vec{B}$. В этом случае она будет двигаться по окружности с постоянной скоростью, а сила Лоренца будет являться центростремительной силой (см. рис.11).

Найдем радиус окружности, используя второй закон Ньютона:

$$F_л = q\text{v}B\sin 90° = ma_n = m\frac{\text{v}^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{m\text{v}}{qB} \qquad (7.2)$$

Используя формулу (7.2), можно рассчитать период вращения частицы по окружности:

$$T = \frac{2\pi R}{\text{v}} = \frac{2\pi m}{qB} \qquad (7.3)$$

Задача 10

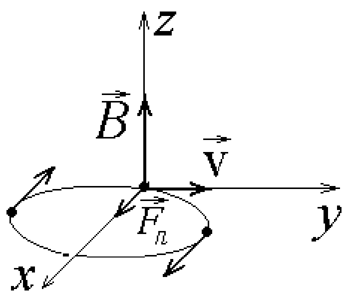


Рис. 12

В однородном магнитном поле с индукцией B = 1 Тл по окружности летает положительно заряженная частица с зарядом q = 1 мкКл и массой m = 10^{-10}кг со скоростью v = 10 км/с. Индукция магнитного поля $\vec{B}$ направлена вдоль оси z. В начальный момент времени скорость частицы $\vec{v}$ была направлена вдоль оси y. Найти минимальное время t, через которое скорость частицы будет направлена а) вдоль оси x; б) против оси x. Найти пройденный путь за это время.

Решение:

Из векторного выражения (7.1) следует, что сила Лоренца, действующая на частицу в начальный момент времени направлена вдоль оси x, поэтому частица будет двигаться так, как показано на рис.12. Из этого рисунка следует, что через четверть оборота или через время $t = T/4$ скорость частицы окажется направленной параллельно оси x, а через три четверти периода ($t = 3T/4$) – антипараллельно оси x. Используя формулу для радиуса окружности (7.2) и периода (7.3), получаем ответ:

а) $t = \frac{1}{4}T = \frac{2\pi m}{4qB} = \frac{3{,}14 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 1} = 1{,}57 \cdot 10^{-4}$ с;

$$S = \frac{1}{4} \cdot 2\pi R = \frac{\pi m \text{v}}{2qB} = \frac{3{,}14 \cdot 10^{-10} 10^{4}}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 1} = 1{,}57 \text{ м.}$$

б) $t = \frac{3}{4}T = \frac{3 \cdot 2\pi m}{4qB} = \frac{3 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 1} = 2{,}36 \cdot 10^{-4}$ с

$$S = \frac{3}{4} \cdot 2\pi R = \frac{3\pi m \text{v}}{2qB} = \frac{3 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-10} 10^{4}}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 1} = 4{,}71 \text{ м.}$$

Ответы: а) t = 0,157 мс; S = 1,57 м; б) t = 0,236 мс; S = 4,71 м.

Задача 11

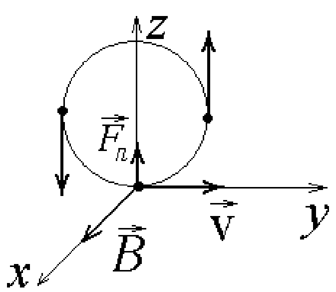


Рис. 13

В однородном магнитном поле с индукцией В = 1 Тл по окружности летает отрицательно заряженная частица с зарядом q = – 1 мкКл и массой m = 10^{-10}кг со скоростью v = 20 км/с. Индукция магнитного поля $\vec{B}$ направлена вдоль оси x. В начальный момент времени скорость частицы $\vec{\text{v}}$ была направлена вдоль оси y. Найти минимальное время t, через которое скорость частицы будет направлена а) вдоль оси z; б) против оси z. Найти пройденный путь за это время.

Решение:

Из векторного выражения (7.1) следует, что сила Лоренца, действующая на частицу в начальный момент времени направлена вдоль оси z, поэтому частица будет двигаться так, как показано на рис.13 Из этого рисунка следует, что через четверть оборота или через время $t = T/4$ скорость частицы окажется направленной параллельно оси *z*, а через три четверти периода ($t = 3T/4$) – антипараллельно оси *z*. Используя формулу для периода (7.3), получаем ответ:

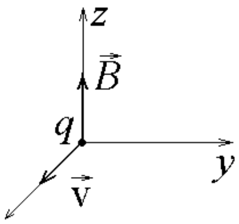
а) $t = \frac{1}{4}T = \frac{2\pi m}{4qB} = \frac{3{,}14 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 1} = 1{,}57 \cdot 10^{-4}$ с;

$$S = \frac{1}{4} \cdot 2\pi R = \frac{\pi m \mathrm{v}}{2qB} = \frac{3{,}14 \cdot 10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^{4}}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 1} = 3{,}14 \text{ м.}$$

б) $t = \frac{3}{4}T = \frac{3 \cdot 2\pi m}{4qB} = \frac{3 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 1} = 2{,}36 \cdot 10^{-4}$ с

$$S = \frac{3}{4} \cdot 2\pi R = \frac{3\pi m \mathrm{v}}{2qB} = \frac{3 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^{4}}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 1} = 9{,}42 \text{ м.}$$

Ответы: а) *t* = 0,157 мс; <u>*S* = 3,14 м</u>; б) *t* = 0,236 мс; <u>*S* = 9,42 м</u>.



7-1. В однородном магнитном поле с индукцией B по окружности летает заряженная частица с зарядом *q*, массой *m* со скоростью v. Индукция магнитного поля $\vec{B}$ направлена вдоль оси *z*. В начальный момент времени скорость частицы $\vec{\mathrm{v}}$ была направлена вдоль оси *x*. Через некоторое время *t* скорость частицы в первый раз становится направленной

а) вдоль оси *y*; б) против оси *y*. Найти:

А) время *t*;

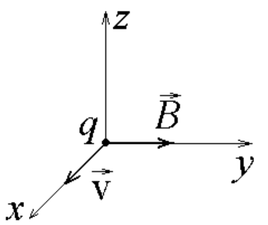
Б) путь *S,* пройденный частицей за это время;

В) максимальное удаление частицы от оси *x;*

Г) максимальное удаление от оси *y*,

если *B* = 1 мкТл; *q* = + 1 мКл; *m* = 10^{-10} кг; v = 100 м/с.

Ответы: аА) <u>0,471</u> с; аБ) <u>47,1</u> м ; бА) <u>0,157</u> с ; бБ) <u>15,7</u> м ; В) 20 м ; Г) 10 м.



7-2. В однородном магнитном поле с индукцией B по окружности летает заряженная частица с зарядом q, массой m со скоростью v. Индукция магнитного поля $\vec{B}$ направлена вдоль оси y. В начальный момент времени скорость частицы $\vec{v}$ была направлена вдоль оси x. Через некоторое время t скорость частицы в первый раз становится направленной

а) вдоль оси z; б) против оси z. Найти:

А) время t;

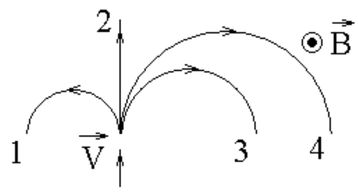
Б) путь S, пройденный частицей за это время;

В) максимальное удаление частицы от оси x;

Г) максимальное удаление от оси z,

если B = 1 мкТл; q = – 2 мКл; $m = 10^{-10}$ кг; v = 200 м/с.

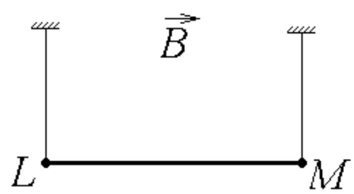
Ответы: аА) <u>0,236</u> с; аБ) <u>47,1</u> м; бА) <u>0,0785</u> с ; бБ) <u>15,7</u> м; В) 20 м ; Г) 10 м.



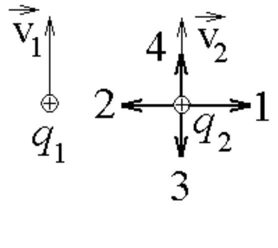
7-3э. На рисунке указаны траектории заряженных частиц, имеющих одинаковую скорость и влетающих в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости чертежа.
При этом для частицы 1 ...

а) $q > 0$; <u>б)</u> $q < 0$; в) $q = 0$;

7-4э. В магнитном поле на двух нитях висит горизонтальный проводящий стержень. Натяжение нитей равно нулю. Как соотносятся направления магнитного поля и силы тока в стержне?

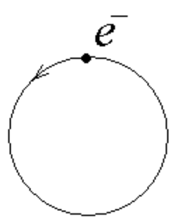


а) ток течет от L к M, индукция направлена от нас;
б) ток течет от L к M, индукция направлена вправо;
в) ток течет от M к L, индукция направлена от нас;
г) ток течет от M к L, индукция направлена вверх;



7-5э. Две положительно заряженные частицы движутся по параллельным линиям на некотором расстоянии друг от друга. Магнитная сила, действующая на правый заряд, имеет направление...

а) 1; б) 2 ; в) 3) г) 4.



7-6э. Электрон летает по окружности в однородном магнитном поле так, как показано на рисунке. Куда направлен вектор индукции магнитного поля?

а) $\odot\ \vec{B}$ б) $\longleftarrow \vec{B}$ в) $\otimes\ \vec{B}$ г) $\longrightarrow \vec{B}$

8. Плоский конденсатор

Разность потенциалов на обкладках плоского конденсатора, расстояние между которыми равно d и напряженность электрического поля E:

$$U = E \cdot d\,. \qquad (8.1)$$

Энергия электрического поля в плоском конденсаторе, где C – емкость конденсатора, q – заряд на конденсаторе, U – напряжение на конденсаторе, E – напряженность электрического поля:

$$W = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} V = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} \qquad (8.2)$$

Напряженность однородного электрического поля внутри плоского конденсатора. $\sigma = q/S$ – поверхностная плотность заряда на обкладках плоского конденсатора:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,. \qquad (8.3)$$

8-1. В плоском воздушном конденсаторе создано электрическое поле с напряженностью E. Объем пространства внутри конденсатора равен V. Найти энергию электрического поля. Считать, что расстояние между обкладками конденсатора намного меньше геометрических размеров самих обкладок. E = 1 кВ/м; V = 1 см^3.

Ответ: $4{,}43 \cdot 10^{-12}$ Дж

8-2. В заряженном плоском воздушном конденсаторе запасена энергия W. Объем пространства внутри конденсатора равен V. Найти напряженность электрического поля. Считать, что расстояние между обкладками конденсатора намного меньше геометрических размеров самих обкладок. $W = 10^{-12}$ Дж; $V = 1$ см^3.

Ответ: 475 В/м

8-3. В заряженном плоском воздушном конденсаторе запасена энергия W. Напряженность однородного электрического поля между обкладками равна E. Найти объем пространства между обкладками. $W = 10^{-12}$ Дж; $E = 1$ кВ/м.

Ответ: 0,226 см^2

8-4. В плоском воздушном конденсаторе создано однородное электрическое поле с напряженностью E. Расстояние между обкладками конденсатора равно d. Найти разность потенциалов между обкладками. $E = 1$ В/м; $d = 1$ мм.

Ответ: 1 мВ

8-5. В плоском воздушном конденсаторе создано однородное электрическое поле с напряженностью E. Разность потенциалов намежду обкладками равна U. Найти расстояние между обкладками конденсатора. $E = 1$ В/м; $U = 1$ мВ.

Ответ: 1 мм

8-6. Разность потенциалов намежду обкладками плоского воздушного конденсатора равна U. Расстояние между обкладками конденсатора равно d. Найти напряженность электрического поля внутри конденсатора. Считать, что расстояние между обкладками конденсатора намного меньше геометрических размеров самих обкладок.
$d = 1$ мм; $U = 1$ В.

Ответ: 1000 В/м

8-7. В плоском воздушном конденсаторе емкостью C запасена энергия W. Найти заряд на обкладках конденсатора.
$C = 1$ мкФ; $W = 1$ мкДж.

Ответ: 1,41 мкКл

8-8. В плоском воздушном конденсаторе запасена энергия W. Найти емкость конденсатора, если заряд на его обкладках равен q.

q = 1 мкКл; W = 1 мкДж.

Ответ: 0,5 мкФ

8-9. На обкладки плоского воздушного конденсатора емкостью C поместили электрический заряд q. Какая энергия запасена в конденсаторе? C = 1 мкФ; q = 1 мкКл.

Ответ: 0,5 мкДж

8-10. На обкладки плоского воздушного конденсатора помещен заряд q. Площадь обкладок равна S. Найдите напряженность электрического поля между обкладками конденсатора. q = 1 мкКл, S = 100 см^2.

Ответ: 11,3 МВ/м

8-11. Площадь обкладок плоского воздушного конденсатора равна S. Напряженность электрического поля между обкладками равна E. Найти заряд на обкладках конденсатора. E = 1000 кВ/м, S = 100 см^2.

Ответ: 88,5 нКл

8-12. Напряженность электрического поля между обкладками плоского воздушного конденсатора равна E. Заряд на обкладках конденсатора равен q. Найти площадь обкладок конденсатора.

E = 1000 кВ/м, q = 1 мкКл.

Ответ: 0,113 м^2

8-13. Разность потенциалов между обкладками плоского воздушного конденсатора емкостью C равна U. Найти энергию электрического поля этого конденсатора. C = 1 мкФ; U = 1 В.

Ответ: 0,5 мкДж

8-14. В плоском воздушном конденсаторе емкостью C запасена энергия W. Найти разность потенциалов между обкладками этого конденсатора. C = 1 мкФ; W = 1 Дж.

Ответ: 1,41 кВ

8-15. В плоском воздушном конденсаторе запасена энергия W. Разность потенциалов между обкладками этого конденсатора равна U. Найти емкость конденсатора. U = 1 В; W = 1 мкДж.

Ответ: 2 мкФ

8-16. В плоском воздушном конденсаторе запасена энергия W. Заряд на обкладках равен q. Найти разность потенциалов на обкладках конденсатора. q = 1 Кл; W = 1 Дж.

Ответ: 2 В

8-17. Заряд на обкладках плоского воздушного конденсатора равен q. Разность потенциалов на обкладках равна U. Найти энергию, запасенную в этом конденсаторе. q = 1 Кл; U = 1 В.

Ответ: 0,5 Дж

8-18. Разность потенциалов на обкладках плоского воздушного конденсатора равна U. Энергия, запасенную в этом конденсаторе, равна W. Найти заряд на обкладках конденсатора. W = 1 Дж; U = 1 В.

Ответ: 2 Кл

9. Уравнения Максвелла

Переменное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ порождает в пространстве вихревое электрическое поле с напряженностью $\vec{E}$:

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}. \qquad (9.1)$$

Вихревое магнитное поле с напряженностью $\vec{H}$ порождается в пространстве токами проводимости с плотностью $\vec{j}$ и переменным электрическим полем с индукцией $\vec{D}$:

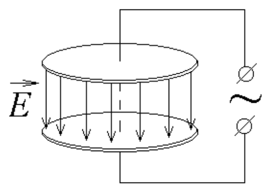
$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}. \qquad (9.2)$$

Материальное уравнение связывает вектор $\vec{D}$ и $\vec{E}$ в изотропном диэлектрике:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \qquad (9.3)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды ($\varepsilon = 1$ для воздуха), $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м– электрическая постоянная.

Задача 12



Между обкладками плоского воздушного конденсатора создано однородное электрическое поле, напряженность которого меняется со временем по закону $E = E_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right)$. Найти модуль ротора напряженности магнитного поля (или плотность тока смещения) внутри конденсатора в момент времени t = 1 с, если $E_0 =$ 1 кВ/м; $\tau = 1$ с.

Решение:

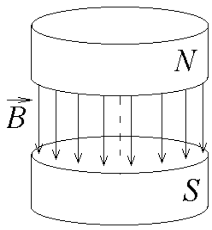
Между обкладками конденсатора нет токов проводимости, т.е. $\vec{j} = 0$. Так как конденсатор воздушный, то диэлектрическая проницаемость среды ε = 1, следовательно из формулы (9.3) $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$. По формуле (9.2) найдем модуль ротора $\vec{H}$ в момент времени t = 1 с:

$$\left|\mathrm{rot}\,\vec{H}\right| = \left|\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right| = \varepsilon_0 \left|\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right| = \varepsilon_0 E_0 \left|\frac{\partial}{\partial t}\left(\sin\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right)\right)\right| = \varepsilon_0 E_0 2\pi \left|\cos\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right)\right| =$$

$$= 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{3} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1 = 55{,}6 \cdot 10^{-9}\ \text{А/м}^2$$

Ответ: 55,6 нА/м^2

Задача 13



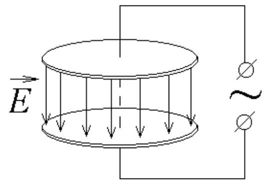
Между полюсами магнита создано однродное магнитное поле, индукция которого зависит от времени по закону $B = B_0 \cos\left(\dfrac{3\pi t}{2\tau}\right)$. Найти модуль ротора напряженности электрического поля между полюсами в момент времени t = 1 с, если $B_0 =$ 1 Тл; $\tau = 1$ с.

Решение:

По формуле (9.1) найдем модуль ротора $\vec{E}$:

$$\left|\mathrm{rot}\,\vec{E}\right| = \left|-B_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(\cos\left(\frac{3\pi t}{2\tau}\right)\right)\right|_{t=1} = B_0 \frac{3\pi}{2\tau}\left|\sin\left(\frac{3\pi t}{2\tau}\right)\right| = 1 \cdot \frac{3 \cdot 3{,}14}{2 \cdot 1} \cdot 1 = 4{,}71\ \text{Тл/с}$$

Ответ: 4,71 Тл/с

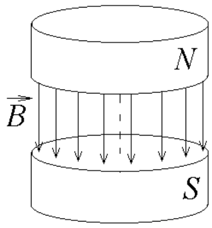


9-1. Между обкладками плоского воздушного конденстатора создано однородное электрическое поле, напряженность которого меняется со временем по закону $E = E(t)$. Найти модуль ротора напряженности магнитного поля (или плотность тока смещения) внутри конденсатора в момент времени *t*. $E_0 =$ 1 кВ/м; $\tau = 1$ с; $t = 1$ с.

а) $E = E_0 \dfrac{t}{\tau}$; б) $E = E_0 \left(\dfrac{t}{\tau}\right)^2$; в) $E = E_0 \left(\dfrac{t}{\tau}\right)^3$;

г) $E = E_0 \left(\dfrac{t}{\tau}\right)^4$; д) $E = E_0 \left(\dfrac{t}{\tau}\right)^5$; е) $E = E_0 \cos\left(\dfrac{\pi t}{2\tau}\right)$;

Ответы: а) 8,85 нА/м^2; б) 17,7 нА/м^2; в) 26,6 нА/м^2;
г) 35,4 нА/м^2; д) 44,3 нА/м^2; е) 13,89 нА/м^2.



9-2. Между полюсами магнита создано однродное магнитное поле, индукция которого зависит от времени по закону $B = B(t)$. Найти модуль ротора напряженности электрического поля между полюсами в момент времени *t*. $B_0 =$ 1 Тл; $\tau = 1$ с; $t = 1$ с.

а) $B(t) = B_0 \dfrac{t}{\tau}$; б) $B(t) = B_0 \left(\dfrac{t}{\tau}\right)^2$; в) $B(t) = B_0 \left(\dfrac{t}{\tau}\right)^3$;

г) $B(t) = B_0 \left(\dfrac{t}{\tau}\right)^4$; д) $B(t) = B_0 \left(\dfrac{t}{\tau}\right)^5$; е) $B = B_0 \sin\left(\dfrac{2\pi t}{\tau}\right)$.

Ответы: а) 1 Тл/с; б) 2Тл/с; в) 3 Тл/с;
г) 4 Тл/с; д) 5 Тл/с; е) 6,28 Тл/с;

9-3э. Следующая система уравнений Максвелла:

$$\oint\limits_{(L)} \vec{E}d\vec{l} = -\int\limits_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}\ ; \quad \oint\limits_{(L)} \vec{H}d\vec{l} = \int\limits_{(S)} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}\ ; \quad \oint\limits_{(S)} \vec{D}d\vec{S} = 0\ ; \quad \oint\limits_{(S)} \vec{B}d\vec{S} = 0$$

всегда справедлива для переменного магнитного поля ...
а) при наличии заряженных тел и токов проводимости;
<u>б) в отсутствие заряженных тел и токов проводимости;</u>
в) в отсутствие заряженных тел;
г) в отсутствие токов проводимости;

9-4э. В кольцо из диэлектрика вдвигают магнит. В этом случае в диэлектрике...
<u>а) порождается вихревое электрическое поле;</u>
б) ничего не происходит;
в) порождается электростатическое поле;

10. Электрические колебания

Уравнение затухающих колебаний в контуре, состоящем из последовательно соединенных резистора с сопротивлением R, конденсатора с емкостью C и катушки с индуктивностью L, выглядит так:

$$q = q_0 \exp(-\beta t)\cos(\omega t + \alpha_0), \tag{10.1}$$

где β – коэффициент затухания:

$$\beta = \frac{R}{2L}; \tag{10.2}$$

ω — циклическая частота собственных затухающих колебаний.

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}; \tag{10.3}$$

ω_0 – циклическая частота собственных незатухающих колебаний.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{10.4}$$

α_0 – начальная фаза колебаний, q_0 – начальная амплитуда.
Амплитуда колебаний в контуре уменьшается со временем по закону:

$$A = q_0 \exp(-\beta t). \tag{10.5}$$

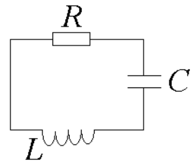
θ – логарифмический декремент затухания:

$$\theta = \beta T. \tag{10.6}$$

τ — время релаксации (время, за которое амплитуда уменьшится в e = 2,72 раз)

$$\tau = \frac{1}{\beta}. \tag{10.7}$$

Задача 14



В контуре совершаются свободные слабозатухающие колебания, при которых заряд на конденсаторе изменяется во времени по закону $q = q_0 \exp(-at)\sin(bt)$. Оцените время, через которое энергия контура уменьшится в 2 раза. $q_0 = 1$ мкКл; $a = 0{,}05$ с$^{-1}$; $b = 10$ с$^{-1}$. Каким станет коэффициент затухания, если:

а) сопротивление R в контуре увеличить в 2 раза?

б) индуктивность L в контуре увеличить в 2 раза?

в) емкость C в контуре увеличить в 2 раза?

Решение:

Энергия контура W пропорциональна квадрату амплитуды колебаний, поэтому, используя формулу (10.5) и учитывая, что β = a = 0,05 с$^{-1}$, получим:

$$W \sim A^2 = q_0^2 e^{-2at} \tag{10.8}$$

Найдем отношение энергий контура в начальный момент времени и в момент времени t:

$$\frac{W_0}{W_1} = \frac{q_0^2}{q_0^2 e^{-2at}} = e^{2at} = 2\,. \tag{10.9}$$

Из формулы (10.9) видно, что $t = \dfrac{\ln 2}{2a} = \dfrac{\ln 2}{0{,}1} = 6{,}93$ с

из формулы (10.2) следует, что

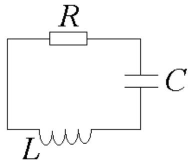
а) если сопротивление в контуре увеличить в два раза, то коэффициент затухания увеличится также в два раза: $\beta_2 = \dfrac{R_2}{2L} = \dfrac{2 \cdot R_1}{2L} = 2\beta_1 = 0{,}1$ с$^{-1}$;

б) при изменении индуктивности в два раза, коэффициент затухания уменьшится в два раза: $\beta_2 = \dfrac{R}{2L_2} = \dfrac{R}{2 \cdot 2L_1} = \dfrac{\beta_1}{2} = 0{,}025$ с$^{-1}$;

в) при изменении емкости в два раза коэффициент затухания не изменится, так как он не зависит от емкости C (см. формулу (10.2)).

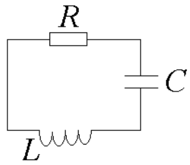
Ответы: t = 6,93 с; а) β = 0,1 с$^{-1}$; б) β = 0,025 с$^{-1}$; в) β = 0,05 с$^{-1}$.

10-1. В контуре совершаются свободные слабозатухающие колебания, при которых заряд на конденсаторе изменяется во времени по закону $q = q_0 \exp(-at)\sin(bt)$. Во сколько раз уменьшится энергия контура за время t? $q_0 = 1$ мкКл; $a = 0{,}1$ с$^{-1}$; $b = 3$ с$^{-1}$; $t = 1$ с.



Ответ: 1,22 раза

10-2. В контуре совершаются свободные колебания, при которых заряд на конденсаторе изменяется во времени по закону $q = q_0 \exp(-at)\sin(bt)$, где $q_0 = 1$ мкКл; $a = 4$ с$^{-1}$; $b = 3$ с$^{-1}$. Если уменьшить сопротивление R до нуля, то

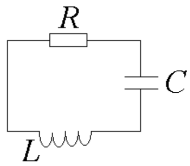


а) какой станет циклическая частота колебаний?

б) каким станет период колебаний?

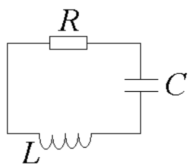
Ответы: а) 5 с–1; б) 1,256 с.

10-3. В контуре совершаются свободные колебания, при которых заряд на конденсаторе изменяется во времени по закону $q = q_0 \exp(-at)\sin(bt)$. Найти логарифмический декремент затухания контура. $q_0 = 1$ мкКл; $a = 4$ с$^{-1}$; $b = 3$ с$^{-1}$.



Ответ: 8,37

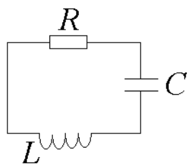
10-4. В контуре совершаются свободные колебания, при которых заряд на конденсаторе изменяется во времени по закону $q = q_0 \exp(-at)\sin(bt)$. Найти циклическую частоту колебаний, если логарифмический декремент затухания контура равен θ.



$q_0 = 1$ мкКл; $a = 4$ с$^{-1}$; $\theta = 2$.

Ответ: 12,56 с–1

10-5. В контуре совершаются свободные колебания, при которых заряд на конденсаторе изменяется во времени по закону $q = q_0 \exp(-at)\sin(bt)$, где $q_0 = 1$ мкКл; $a = 4$ с$^{-1}$; $b = 3$ с$^{-1}$. Каким станет коэффициент затухания, если:

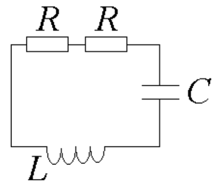


а) сопротивление R в контуре увеличить в 2 раза?

б) индуктивность L в контуре увеличить в 2 раза?

в) емкость C в контуре увеличить в 2 раза?

Ответы: а) 2 с–1; б) 8 с–1; в) 4 с–1



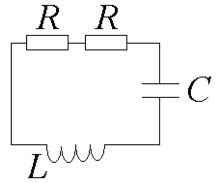
10-6. В контуре совершаются свободные колебания, при которых заряд на конденсаторе изменяется во времени по закону $q = q_0 \exp(-at)\sin(bt)$, где $q_0 = 1$ мкКл; $a = 4$ с$^{-1}$; $b = 3$ с$^{-1}$. Каким станет коэффициент затухания, если:

а) одно сопротивление *R* убрать из контура?

б) в контур добавить еще одно сопротивление *R* последовательно с остальными?

в) одно из сопротивлений *R* заменить на конденсатор емкостью *C*?

Ответы: а) 2 с–1; б) 6 с–1; в) 2 с–1

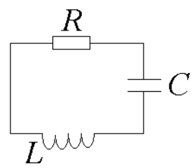


10-7. В контуре совершаются свободные колебания, при которых заряд на конденсаторе изменяется во времени по закону $q = q_0 \exp(-at)\sin(bt)$, где $q_0 = 1$ мкКл; $a = 4$ с$^{-1}$; $b = 3$ с$^{-1}$.. Каким станет время релаксации колебаний, если:

а) одно сопротивление *R* убрать из контура?

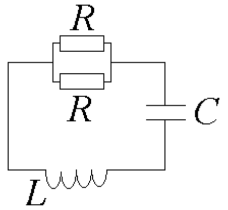
б) добавить еще одно сопротивление *R* последовательно с остальными?

Ответы: а) 0,5 с; б) 0,166 с;



10-8. В контуре совершаются свободные колебания, при которых заряд на конденсаторе изменяется во времени по закону $q = q_0 \exp(-at)\sin(bt)$. Каким станет время релаксации колебаний, если сопротивление *R* в контуре увеличить в *n* раз? $q_0 = 1$ мкКл; $a = 4$ с$^{-1}$; $b = 3$ с$^{-1}$; $n = 2$.

Ответ: 0,125 с



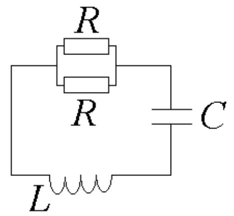
10-9. В контуре совершаются свободные колебания, при которых заряд на конденсаторе изменяется во времени по закону $q = q_0 \exp(-at)\sin(bt)$, где $q_0 = 1$ мкКл; $a = 4$ с$^{-1}$; $b = 3$ с$^{-1}$.

Каким станет время релаксации колебаний, если:

а) добавить еще одно сопротивление *R* параллельно с остальными?

б) убрать одно сопротивление *R*?

Ответы: а) 0,375 с; б) 0,125 с;



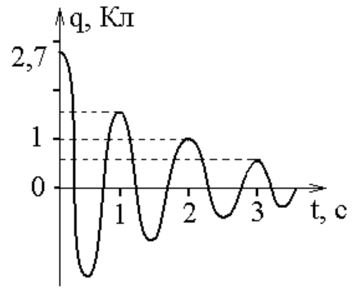
10-10. В контуре совершаются свободные колебания, при которых заряд на конденсаторе изменяется во времени по закону $q = q_0 \exp(-at)\sin(bt)$, где $q_0 = 1$ мкКл; $a = 4$ с$^{-1}$; $b = 3$ с$^{-1}$.

Каким станет коэффициент затухания, если:

а) убрать одно сопротивление R?

б) добавить еще одно сопротивление R параллельно к остальным?

Ответы: а) 8 с–1; б) 2,67 с–1.

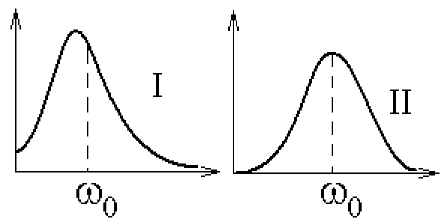


10-11э. На рисунке изображен график затухающих колебаний электрического заряда на конденсаторе, описываемый уравнением

$q(t) = A_0 e^{-t/\tau}\sin(\omega_1 t + \varphi)$.

Определите время релаксации τ (в сек).

а) 1 с; б) 2 с; в) 3 с; г) не хватает данных;

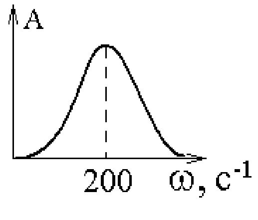


10-12э. На двух рисунках представлены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) разных величин в колебательном контуре, состоящем из конденсатора с емкостью C, катушки с индуктивностью L и резистора с сопротивлением R. Рисунки I и II могут соответствовать АЧХ следующих величин:

а) I - заряд на конденсаторе; II- ток в катушке;

б) I - заряд на конденсаторе; II- напряжение на конденсаторе;

в) I - ток в катушке; II- заряд на конденсаторе;

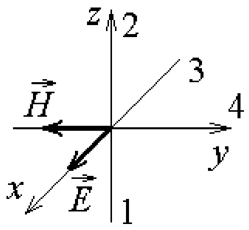


10-13э. На рисунке изображена резонансная кривая для тока в катушке индуктивности колебательного контура, состоящего из конденсатора с емкостью C, катушки с индуктивностью L и резистора с сопротивлением R.

Если C = 5 мкФ, то индуктивность L равна:

а) 40 Гн; б) 5 Гн; в) 2,5 Гн; г) не хватает данных

10-14э. Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси ОХ, имеет вид $\xi = 0,01e^{i\left(10^3 t - 2x\right)}$. Тогда скорость распространения волны (в м/с) равна ...
а) 1000 м/с; б) 2 м/с; в) 500 м/с; г) 0,002 м/с;



10-15э. На рисунке показана ориентация векторов напряженности электрического $\left(\vec{E}\right)$ и магнитного $\left(\vec{H}\right)$ полей в электромагнитной волне. Вектор плотности потока энергии электромагнитного поля ориентирован в направлении ...
а) 1; б) 2; в) 3; г) 4;

10-16э. В электромагнитной волне векторы напряженности электрического и магнитного полей колеблются так, что разность фаз их колебаний равна ... а) 0; б) π; в) π/2; г) π/4.

10-17э. На черную пластинку падает свет. Если объемную плотность электромагнитной энергии волны увеличить в 2 раза, а площадь пластины уменьшить в 2 раза, то давление света на пластину...
а) в 2 раза уменьшится; б) в 2 раза увеличится;
в) в 4 раза увеличится; г) в 4 раза уменьшится; д) не изменится.