Министерство образования и науки РФ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Тульский государственный университет

Кафедра физики

Семин В.А.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическии занятиям
по дисциплине
ФИЗИКА

Часть 3.

Тула 2010

1. Использование теоремы Гаусса в дифференциальной форме.

Как известно из векторной алгебры, любой вектор $\vec{A}$ можно описать с помощью его проекций в виде

$$\vec{A} = \vec{i}A_x + \vec{j}A_y + \vec{k}A_z\,, \qquad (1.1)$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – орты осей x, y, z, а A_x, A_y, A_z – проекции вектора на эти оси.

Над векторами можно производить математические действия, такие как векторное сложение, скалярное и векторное умножение. Кроме этого существуют дифференциальные операторы, действующие на векторы. Примером может служить оператор "набла":

$$\vec{\nabla} = \vec{i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z}\,. \qquad (1.2)$$

Операция скалярного умножения оператора "набла" на вектор $\vec{A}$ называется дивергенцией вектора $\vec{A}$:

$$\operatorname{div}\vec{A} = \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}\right). \qquad (1.3)$$

В электростатике основным вектором является вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$. Используя формулы (1.1) – (1.3) можно записать выражение для дивергенции вектора $\vec{E}$:

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\,. \qquad (1.4)$$

Если в некоторой физической задаче известна зависимость вектора напряженности электрического поля от координат, то можно определить объемную плотность электрического заряда ρ (функцию распределения электрического заряда в пространстве):

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} \qquad (1.5)$$

Уравнение (1.5) – это теорема Гаусса в дифференциальном виде для вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$. Здесь $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная, ε – диэлектрическая проницаемость среды.

Задача 1

Напряженность электростатического поля задается формулой $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\dfrac{x^{11}y^{12}}{b^{23}} + \vec{j} \cdot A\dfrac{y^{11}x^{12}}{b^{23}}$. Используя теорему Гаусса в дифференциальной форме, найдите объемную плотность заряда в точке $P(x_0, y_0)$, если $A = 3$ Н/Кл; $x_0 = 1$ м, $y_0 = 2$ м, $b = 1$ м.

Решение:

Сравнивая выражение для $\vec{E}$ из условия с формулой (1.1), можно определить проекции вектора $\vec{E}$:

$$E_x = A\frac{x^{11}y^{12}}{b^{23}}; \; E_y = A\frac{y^{11}x^{12}}{b^{23}} \tag{1.6}$$

Найдем частные производные:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(A\frac{x^{11}y^{12}}{b^{23}}\right) = A\frac{y^{12}}{b^{23}}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^{11}\right) = 11A\frac{y^{12}x^{10}}{b^{23}} = 11 \cdot 3 \cdot \frac{2^{12} \cdot 1^{10}}{1^{23}}, \tag{1.7}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(A\frac{y^{11}x^{12}}{b^{23}}\right) = A\frac{x^{12}}{b^{23}}\frac{\partial}{\partial y}\left(y^{11}\right) = 11A\frac{x^{12}y^{10}}{b^{23}} = 11 \cdot 3 \cdot \frac{1^{12} \cdot 2^{10}}{1^{23}}. \tag{1.8}$$

В выражения (1.7) и (1.8) были подставлены значения $A = 3$ Н/Кл, $x = x_0 = 1$ м, $y = y_0 = 2$ м, $b = 1$ м.

Рассчитав значения выражений (1.7) и (1.8), подставим их в формулу (1.5), откуда можно выразить объемную плотность электрического заряда в заданной точке P:

$$\rho = \varepsilon_0 \operatorname{div}\vec{E} = \varepsilon_0\left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y}\right) = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \left(135168 + 33792\right) =$$

$= 1{,}50 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^3.

Ответ: 1,50 мкКл/м^3

1.1 Напряженность электростатического поля задается формулой

а) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\dfrac{xy^2}{b^3} + \vec{j} \cdot A\dfrac{yx^2}{b^3}$; б) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\dfrac{x^2y^3}{b^5} + \vec{j} \cdot A\dfrac{y^2x^3}{b^5}$;

в) $\vec{E} = \vec{i} \cdot 3A\dfrac{x^2y}{b^3} + \vec{j} \cdot A\dfrac{x^3}{b^3}$. Используя теорему Гаусса в дифференциальной форме, найдите объемную плотность заряда в точке $P\left(x_0, y_0\right)$.

$A = 1$ Н/Кл; $x_0 = 1$ м, $y_0 = 2$ м, $b =$ 1 м.

Ответы: а) $4{,}4 \cdot 10^{-11}$ Кл/м^3; б) 0,18 нКл/м^3; в) 0,11 нКл/м^3

1.2 Напряженность электростатического поля задается формулой

а) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\dfrac{x}{b} + \vec{j} \cdot B\dfrac{y}{b}$; б) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\dfrac{x}{b} + \vec{j} \cdot B\dfrac{y^2}{b^2}$;

в) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\dfrac{x}{b} + \vec{j} \cdot B\dfrac{y^3}{b^3}$; г) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\dfrac{x^2}{b^2} + \vec{j} \cdot B\dfrac{y}{b}$;

д) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\dfrac{x^2}{b^2} + \vec{j} \cdot B\dfrac{y^2}{b^2}$; е) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\dfrac{x^2}{b^2} + \vec{j} \cdot B\dfrac{y^3}{b^3}$;

ж) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\dfrac{x^3}{b^3} + \vec{j} \cdot B\dfrac{y^3}{b^3}$; з) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\dfrac{x^4}{b^4} + \vec{j} \cdot B\dfrac{y^4}{b^4}$

Используя теорему Гаусса в дифференциальной форме, найдите объемную плотность заряда в точке $P\left(x_0, y_0\right)$.

$A = 1$ Н/Кл, $B = 2$ Н/Кл, $x_0 = 1$ м, $y_0 = 2$ м, $b = 1$ м.

Ответы: а) $2{,}7 \cdot 10^{-11}$ Кл/м^3; б) $8{,}0 \cdot 10^{-11}$ Кл/м^3; в) $2{,}2 \cdot 10^{-10}$ Кл/м^3; г) $3{,}5 \cdot 10^{-11}$ Кл/м^3; д) $8{,}9 \cdot 10^{-11}$ Кл/м^3; е) $2{,}3 \cdot 10^{-10}$ Кл/м^3; ж) $2{,}4 \cdot 10^{-10}$ Кл/м^3 з) $6{,}0 \cdot 10^{-10}$ Кл/м^3;

1.3 Напряженность электростатического поля задается формулой

а) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\sin\left(Bx\right) + \vec{j} \cdot C\sin\left(Dy\right)$; б) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\sin\left(Bx\right) + \vec{j} \cdot C\cos\left(Dy\right)$;

в) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\cos\left(Bx\right) + \vec{j} \cdot C\sin\left(Dy\right)$; г) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\cos\left(Bx\right) + \vec{j} \cdot C\cos\left(Dy\right)$.

Используя теорему Гаусса в дифференциальной форме, найдите объемную плотность заряда в точке $P\left(x_0, y_0\right)$.

$A = 1$ В/м, $B = 2$ рад/м, $C = 3$ В/м, $D = 4$ рад/м, $x_0 = 1$ м, $y_0 = 2$ м.

Ответы: а) $-2{,}3 \cdot 10^{-11}$ Кл/м^3; б) $-1{,}1 \cdot 10^{-10}$ Кл/м^3; в) $-3{,}2 \cdot 10^{-11}$ Кл/м^3; г) $-1{,}2 \cdot 10^{-10}$ Кл/м^3

1.4 Напряженность электростатического поля задается формулой $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\exp\left(-Bx\right) + \vec{j} \cdot C\exp\left(-Dy\right)$.
Используя теорему Гаусса в дифференциальной форме, найдите объемную плотность заряда в точке $P\left(x_0, y_0\right)$.
$A = 1$ В/м, $B = 2$ м$^{-1}$, $C = 3$ В/м, $D = 4$ м$^{-1}$, $x_0 = 1$ м, $y_0 = 2$ м.

Ответ: $-2{,}4 \cdot 10^{-12}$ Кл/м^3

1.5 Напряженность электростатического поля задается формулой
а) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\cos\left(Bx\right) + \vec{j} \cdot C\exp\left(-Dy\right)$;
б) $\vec{E} = \vec{i} \cdot A\sin\left(Bx\right) + \vec{j} \cdot C\exp\left(-Dy\right)$.
Используя теорему Гаусса в дифференциальной форме, найдите объемную плотность заряда в точке $P\left(x_0, y_0\right)$.
$A = 1$ В/м, $B = 2$ рад/м, $C = 3$ В/м, $D = 4$ м$^{-1}$, $x_0 = 1$ м, $y_0 = 2$ м.

Ответы: а) $-1{,}6 \cdot 10^{-11}$ Кл/м^3; б) $-7{,}4 \cdot 10^{-12}$ Кл/м^3

2. Связь $\vec{E}$ и φ

Оператором "набла" (1.2) можно действовать не только на векторы, но и на скалярные функции. Операция $\vec{\nabla} f = \operatorname{grad} f$ называется градиентом функции f. Используя формулу (1.2) получим:

$$\operatorname{grad} f = \vec{i}\,\frac{\partial f}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial f}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial f}{\partial z} \qquad (2.1)$$

Из (2.1) видно, что градиент функции f есть вектор, проекциями которого являются частные производные от этой функции по соответствующим координатам. **Вектор $\operatorname{grad} f$ направлен в сторону наибыстрейшего возрастания функции f.**

Рассмотрим пробную частицу с электрическим зарядом q_0, находящуюся в электростатическом поле с напряженностью $\vec{E}$ и обладающую потенциальной энергией W. Как известно, электростатическое поле потенциально, следовательно работа поля по перемещению частицы равна убыли потенциальной энергии:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz = -dW \qquad (2.2)$$

Из (2.2) можно сделать выводы относительно проекций силы, действующей на частицу:

$$F_x = -\left.\frac{dW}{dx}\right|_{\substack{y=\text{const}\\ z=\text{const}}} = -\frac{\partial W}{\partial x}\,, \qquad (2.3)$$

$$F_y = -\left.\frac{dW}{dy}\right|_{\substack{x=\text{const}\\ z=\text{const}}} = -\frac{\partial W}{\partial y}\,, \qquad (2.4)$$

$$F_z = -\left.\frac{dW}{dz}\right|_{\substack{y=\text{const}\\ x=\text{const}}} = -\frac{\partial W}{\partial z}\,, \qquad (2.5)$$

Используя формулу (1.1) представим вектор силы в виде:

$$\vec{F} = \vec{i}F_x + \vec{j}F_y + \vec{k}F_z = -\left(\vec{i}\,\frac{\partial W}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial W}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial W}{\partial z}\right) = -\operatorname{grad} W \qquad (2.6)$$

Разделим уравнение (2.6) на q_0 и, учитывая, что $\dfrac{\vec{F}}{q_0} = \vec{E}$, а $\dfrac{W}{q_0} = \varphi$, получим связь между напряженностью электростатического поля $\vec{E}$ и электрическим потенциалом φ:

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi . \qquad (2.7)$$

Эквипотенциальной поверхностью называется поверхность в силовом поле, в каждой точке которой одинаковый потенциал. Таким образом, если частица q_0 перемещается по эквипотенциальной поверхности, то ее потенциальная энергия не изменяется, и работа над частицей в этом случае не совершается. Из (2.2) следует, что сила, действующая на частицу перпендикулярна перемещению, а значит и эквипотенциальной поверхности.

Из (2.7) можно сделать вывод, что *напряженность $\vec{E}$ направлена в сторону наибыстрейшего убывания потенциала φ перпендикулярно эквипотенциальной поверхности.*

Используя формулу (2.1) можно рассчитать проекции вектора $\vec{E}$:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x},\quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y},\quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z} . \qquad (2.8)$$

Модуль вектора $\vec{E}$ можно найти по формуле:

$$\left|\vec{E}\right| = E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} \qquad (2.9)$$

Задача 2:

Потенциал электростатического поля зависит от координат по закону $\varphi = A\dfrac{x^{10}y^{10}}{b^{20}}$. Найти величину напряженности электрического поля в точке $P(x_0, y_0)$, если A = 2 В, $x_0 = 1$ м, $y_0 = 2$ м, b = 1 м.

Решение:

По формуле (2.8) рассчитаем проекции вектора напряженности $\vec{E}$:

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(A\frac{x^{10}y^{10}}{b^{20}} \right) = -A\frac{y^{10}}{b^{20}}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^{10}\right) = -10A\frac{y^{10}x^9}{b^{20}}, \qquad (2.10)$$

$$E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y}\left(A\frac{x^{10}y^{10}}{b^{20}} \right) = -A\frac{x^{10}}{b^{20}}\frac{\partial}{\partial y}\left(y^{10}\right) = -10A\frac{x^{10}y^9}{b^{20}}, \qquad (2.11)$$

$$E_z = -\frac{\partial \varphi(x,y)}{\partial z} = 0. \qquad (2.12)$$

Подставляя в (2.10) и (2.11) значения координат $x = x_0$, $y = y_0$, получаем:

$E_x = -10 \cdot 2 \cdot \dfrac{2^{10} \cdot 1^9}{1^{20}} = -20480$ В/м, $E_y = -10 \cdot 2 \cdot \dfrac{1^{10} \cdot 2^9}{1^{20}} = -10240$ В/м

Результат подставляем в (2.9):

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} = \sqrt{(20480)^2 + (10240)^2 + 0} = 22897 \text{ В/м}$$

Ответ: E = 22,9 кВ/м

Задача 3:

Потенциал электростатического поля зависит от координат по закону $\varphi = A\dfrac{x^{10}}{b^{10}} + B\dfrac{y^{15}}{b^{15}}$. Найти модуль напряженности электрического поля в точке $P(x_0, y_0)$, если A = 2 В, B = 3 В, $x_0 = 1$ м, $y_0 = 2$ м, b = 1 м.

Решение:

Аналогично задаче 1:

$$E_x = -\frac{\partial}{\partial x}\left(A\frac{x^{10}}{b^{10}} + B\frac{y^{15}}{b^{15}} \right) = -\frac{A}{b^{10}}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^{10}\right) = -10A\frac{x^9}{b^{10}}, \qquad (2.13)$$

$$E_y = -\frac{\partial}{\partial y}\left(A\frac{x^{10}}{b^{10}} + B\frac{y^{15}}{b^{15}} \right) = -\frac{B}{b^{15}}\frac{\partial}{\partial y}\left(y^{15}\right) = -15B\frac{y^{14}}{b^{15}}, \qquad (2.14)$$

$$E_z = -\frac{\partial\varphi(x,y)}{\partial z} = 0\,. \qquad (2.15)$$

Подставляя в (2.13) и (2.14) значения координат $x = x_0$, $y = y_0$, получаем:

$$E_x = -10\cdot 2\cdot\frac{1^9}{1^{10}} = -20\ \text{В/м},\ E_y = -15\cdot 3\cdot\frac{2^{14}}{1^{15}} = -737280\ \text{В/м}$$

Результат подставляем в (2.9):

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} = \sqrt{(20)^2 + (737280)^2 + 0} \approx 737280\ \text{В/м}$$

Ответ: E = 737 кВ/м

2.1 Потенциал электростатического поля зависит от координат по закону а) $\varphi = A\frac{x^2y^2}{b^4}$; б) $\varphi = A\frac{x^3y^3}{b^6}$; в) $\varphi = A\frac{x^4y^4}{b^8}$. Найти величину напряженности электрического поля в точке $P(x_0, y_0)$.

$A = 1$ В, $x_0 = 1$ м, $y_0 = 2$ м, b = 1 м.

Ответы: а) 8,9 В/м; б) 27 В/м; в) 72 В/м;

2.2 Потенциал электростатического поля зависит от координат по закону а) $\varphi = A\frac{x^4}{b^4} + B\frac{y^4}{b^4}$; б) $\varphi = A\frac{x^3}{b^3} + B\frac{y^3}{b^3}$. Найти величину напряженности электрического поля в точке $P(x_0, y_0)$.

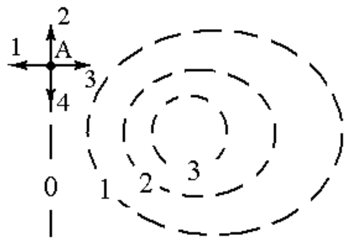
$A = 1$ В, $B = 2$ В, $x_0 = 1$ м, $y_0 = 2$ м, b = 1 м.

Ответы: а) 64 В/м; б) 24 В/м

2.3 Потенциал электростатического поля зависит от координат по закону а) $\varphi = A\sin(Bx) + C\sin(Dy)$; б) $\varphi = A\sin(Bx) + C\cos(Dy)$; в) $\varphi = A\cos(Bx) + C\sin(Dy)$; г) $\varphi = A\cos(Bx) + C\cos(Dy)$. Найти величину напряженности электрического поля в точке $P(x_0, y_0)$.

$A = 1$ В, $B = 2$ рад/м, $C = 3$ В, $D = 4$ рад/м, $x_0 = 1$ м, $y_0 = 2$ м.

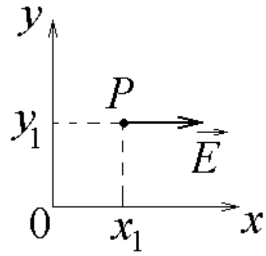
Ответы: а) 1,9 В/м; б) 12 В/м; в) 2,5 В/м; г) 12 В/м



2.4э. На рисунке показаны эквипотенциальные линии системы зарядов и значения потенциала на них. Вектор напряженности электрического поля в точке А ориентирован в направлении...

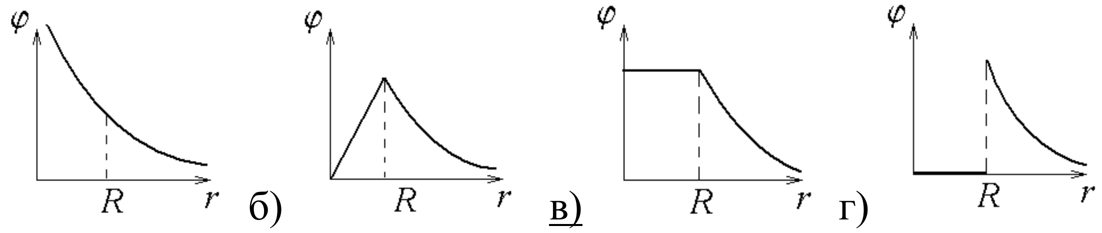
а) 1; б) 2; в) 3; г) 4;

2.5э. В некоторой области пространства создано электростатическое поле, вектор напряженности которого в точке $P(x_1,y_1)$ направлен вдоль оси x. Какая зависимость потенциала электрического поля от координат $\varphi(x,y)$ может соответствовать такому направлению напряженности?



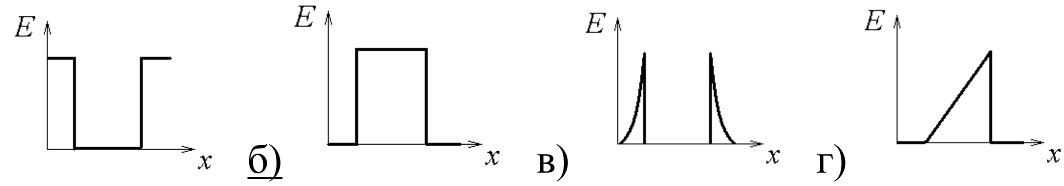
1) $\varphi = -2xy$ 2) $\varphi = 3y^2$ 3) $\varphi = -3x^2$ 4) $\varphi = 4x^4$

2.6э. На металлический шар поместили положительный заряд Q. Зависимость потенциала электрического поля от расстояния до центра шара будет описываться графиком...



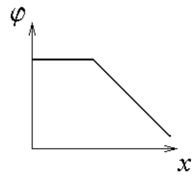
а) б) в) г)

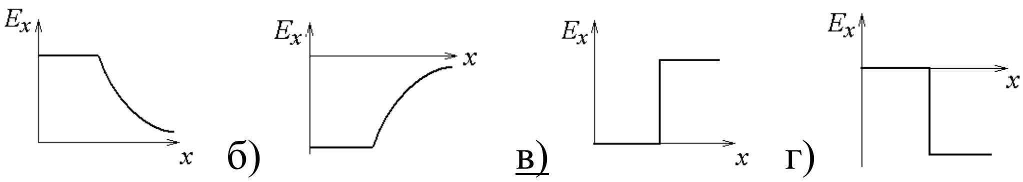
2.7э. Две бесконечные параллельные пластинки равномерно заряжены равными по величине и разноименными по знаку поверхностными плотностями заряда. Если ось X направить перпендикулярно пластинкам, то зависимость величины напряженности электрического поля в зависимости от x будет представлена графиком**...**



а) б) в) г)

2.8э. Потенциал электрического поля зависит от координаты x, как показано на рисунке. Какой рисунок правильно отражает зависимость проекции напряженности электрического поля от координаты x?





а) б) в) г)

3. Расчет напряженности электрического поля, созданного дискретными зарядами.

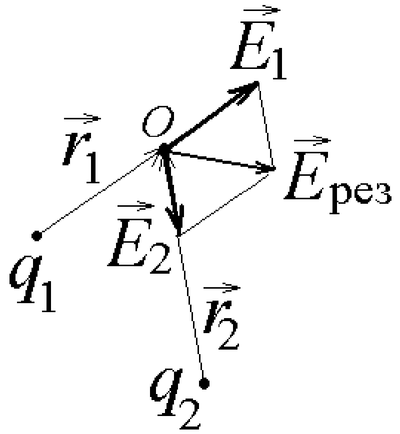


Рис. 1

Точечный заряд q создает вокруг себя электрическое поле с напряженностью

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\vec{e}_r, \qquad (3.1)$$

где $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$, r – расстояние от заряда до точки O, в которой исследуется поле, $\vec{e}_r$ – единичный вектор, направленный по радиус-вектору $\vec{r}$ от точечного заряда q до точки O.

Из (3.1) следует, что если заряд q положительный, то напряженность электрического поля $\vec{E}$ направлена от точки O в ту же сторону, что и вектор $\vec{e}_r$. В случае, если заряд q отрицательный, то вектор $\vec{E}$ направлен противоположно вектору $\vec{e}_r$.

Если в пространство поместить два (или несколько) точечных электрических заряда (см. рис.1), то они будут создавать в точке O электрическое поле, напряженность которого $\vec{E}_{рез}$ можно найти с помощью *принципа суперпозиции* полей, то есть векторно складывая напряженности полей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, создаваемые зарядами q_1 и q_2 в точке O независимо друг от друга (метод параллелограмма). Таким образом

$$\vec{E}_{рез} = \sum \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \qquad (3.2)$$

На рис.1 приведен пример с положительным зарядом q_1 и отрицательным зарядом q_2. В точке O заряд q_1 создает поле, модуль напряженности которого равен $E_1 = \dfrac{kq_1}{r_1^2}$. Аналогично, заряд q_2 в точке O создает поле, модуль напряженности которого равен $E_2 = \dfrac{kq_2}{r_2^2}$. Возводя левую и правую части формулы (3.2) в квадрат, получим выражение $E_{рез}^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha$, где α – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$. Таким образом модуль напряженности результирующего поля равен:

$$E_{\text{рез}} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha} \qquad (3.3)$$

Если в пространстве находится три и более электрических заряда, то формулу (3.2) проще всего записать в проекциях на оси декартовой системы координат:

$$E_{\text{рез}\,x} = E_{1x} + E_{2x} + E_{3x} + \ldots, \qquad (3.4)$$

$$E_{\text{рез}\,y} = E_{1y} + E_{2y} + E_{3y} + \ldots, \qquad (3.5)$$

$$E_{\text{рез}\,z} = E_{1z} + E_{2z} + E_{3z} + \ldots. \qquad (3.6)$$

Используя теорему Пифагора и формулы (3.4) – (3.6), можно найти модуль напряженности результирующего поля:

$$E_{\text{рез}} = \sqrt{E^2_{\text{рез}\,x} + E^2_{\text{рез}\,y} + E^2_{\text{рез}\,z}} \qquad (3.7)$$

Задача 4.

Заряды q_1 = 1 мкКл и q_2 =2 мкКл находятся на серединах соседних сторон квадрата со стороной b = 1 м и создают электрическое поле с напряженностью $\vec{E}_{\text{рез}}$ в точке *P*, находящейся в вершине квадрата (см. рис. 2). Найти величину горизонтальной и вертикальной проекции вектора $\vec{E}_{\text{рез}}$, а также его модуль $\left|\vec{E}_{\text{рез}}\right|$

Решение:

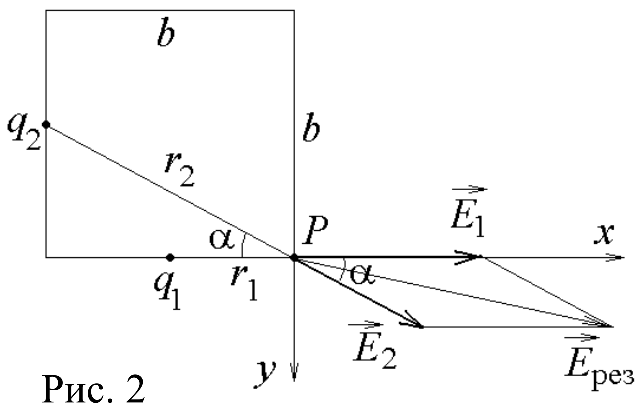


Рис. 2

Проведем оси *x* и *y* вдоль двух сторон квадрата, а начало отсчета поместим в точку *P*. Расстояния от зарядов q_1 и q_2 до точки *P* равны $r_1 = \dfrac{b}{2} = 0{,}5$ м,

$$r_2 = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + b^2} = b\frac{\sqrt{5}}{2} = 0{,}5\cdot\sqrt{5} \text{ м.}$$

Можно найти косинус и синус угла α:

$$\cos\alpha = \frac{b}{r_2} = \frac{2}{\sqrt{5}}; \qquad \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Воспользуемся формулами (3.4) и (3.5), а затем и (3.7):

$$E_{\text{рез}\,x} = E_1 + E_2\cos\alpha = \frac{kq_1}{r_1^2} + \frac{kq_2}{r_2^2}\cos\alpha = 9\cdot10^9\cdot\left(\frac{10^{-6}}{0,5^2} + \frac{2\cdot10^{-6}}{0,5^2\cdot5}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = 48,9 \text{ кВ/м}$$

$$E_{\text{рез}\,y} = E_2\sin\alpha = \frac{kq_2}{r_2^2}\sin\alpha = \frac{9\cdot10^9\cdot2\cdot10^{-6}}{0,5^2\cdot5}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}} = 6,43 \text{ кВ/м}$$

$$E_{\text{рез}} = \sqrt{E_{\text{рез}\,x}^2 + E_{\text{рез}\,y}^2} = \sqrt{48,9^2 + 6,43^2} = 49,3 \text{ кВ/м}$$

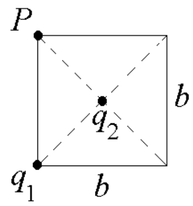
Модуль вектора $\left|\vec{E}_{\text{рез}}\right|$ можно найти с помощью формулы (3.3), не находя его проекции:

$$E_{\text{рез}} = \sqrt{\left(\frac{kq_1}{r_1^2}\right)^2 + \left(\frac{kq_2}{r_2^2}\right)^2 + 2\frac{kq_1}{r_1^2}\frac{kq_2}{r_2^2}\cos\alpha} =$$

$$= 9\cdot10^9\cdot10^{-6}\sqrt{\left(\frac{1}{0,5^2}\right)^2 + \left(\frac{2}{0,5^2\cdot5}\right)^2 + 2\frac{1}{0,5^2}\frac{2}{0,5^2\cdot5}\frac{2}{\sqrt{5}}} = 49,3 \text{ кВ/м}$$

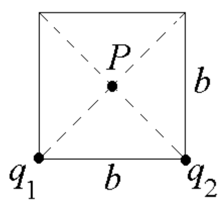
Ответ: $E_{\text{рез}\,x} = 48,9$ кВ/м; $E_{\text{рез}\,y} =$ 6,43 кВ/м; $\left|\vec{E}_{\text{рез}}\right| = 49,3$

3.1 Заряд q_1 находится в вершине квадрата со стороной b, а заряд q_2 – в центре. Найти модуль напряженности электрического поля в точке Р, находящейся в другой вершине этого квадрата (см. рис.).
$q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 2$ мкКл, $b = 1$ м.



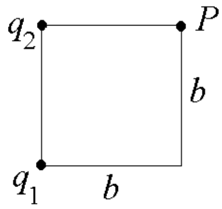
Ответ: 43 кВ/м

3.2 Заряды q_1 и q_2 находятся в соседних вершинах квадрата со стороной b. Найти модуль напряженности электрического поля в точке Р, находящейся в центре квадрата (см. рис.). $q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 2$ мкКл, $b = 1$ м.



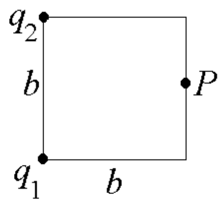
Ответ: 40 кВ/м

3.3 Заряды q_1 и q_2 находятся в соседних вершинах квадрата со стороной b. Найти величину горизонтальной проекции напряженности электрического поля в точке Р, находящейся в третьей вершине квадрата (см. рис.). $q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 2$ мкКл, $b = 1$ м.



Ответ: 21 кВ/м

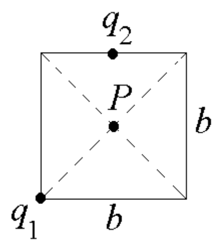
3.4 Заряды q_1 и q_2 находятся в соседних вершинах квадрата со стороной b. Найти величину горизонтальной проекции напряженности электрического поля в точке P, находящейся на середине противоположной стороны квадрата (см. рис.).



$q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 2$ мкКл, $b = 1$ м.

Ответ: 19 кВ/м

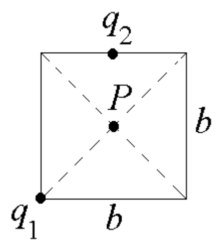
3.5 Заряд q_1 находится в вершине квадрата со стороной b, а заряд q_2 – на середине стороны. Найти модуль напряженности электрического поля в точке P, находящейся в центре квадрата (см. рис.).



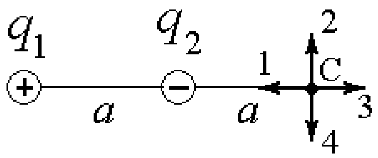
$q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 2$ мкКл, $b = 1$ м.

Ответ: 61 кВ/м

3.6 Заряд q_1 находится в вершине квадрата со стороной b, а заряд q_2 – на середине стороны. Найти величину вертикальной проекции напряженности электрического поля в точке P, находящейся в центре квадрата (см. рис.). $q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 2$ мкКл, $b = 1$ м.

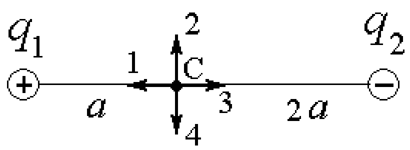


Ответ: 59 кВ/м



3.7э. Электрическое поле создано точечными зарядами q_1 и q_2. Если $q_1 = +q$, $q_2 = –q$, а расстояние между зарядами и от q_2 до точки C равно *a*, то вектор напряженности поля в точке C ориентирован в направлении ...

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) равен 0



3.8э. Электрическое поле создано точечными зарядами q_1 и q_2. Если $q_1 = +q$, $q_2 = –q$, точка C находится на расстоянии *a* от заряда q_1 и на расстоянии 2*a* от q_2, то вектор напряженности поля в точке C ориентирован в направлении ...

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) равен 0

4. Расчет потенциала электрического поля, созданного дискретными зарядами.

Электростатическое поле точечного заряда характеризуется не только вектором напряженности $\vec{E}$ (см. (3.1)), но и потенциалом φ:

$$\varphi = \frac{kq}{r}. \qquad (4.1)$$

Из (4.1) видно, что потенциал – это скалярная величина, которая может быть как положительная, так и отрицательная в зависимости от знака заряда.

Используя *принцип суперпозиции* полей, можно найти потенциал результирующего электрического поля в заданной точке *O* как алгебраическую сумму потенциалов полей, созданных каждым зарядом независимо друг от друга (см. рис. 1):

$$\varphi_{\text{рез}} = \sum \varphi_i = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} + \ldots \qquad (4.2)$$

Задача 5.

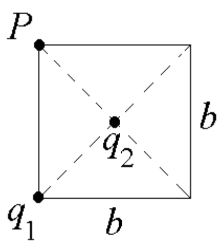
Используя условие задачи 4, найти потенциал φ электрического поля в точке *P*.

Решение:

Подставим данные из задачи 4 в формулу (4.2):

$$\varphi_{\text{рез}} = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{10^{-6}}{0,5} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,5 \cdot \sqrt{5}} \right) = 34,1 \text{ кВ}$$

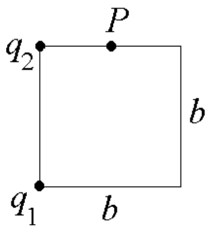
Ответ: $\varphi_{\text{рез}} = 34,1$ кВ



4.1 Заряд q_1 находится в вершине квадрата со стороной b, а заряд q_2 – в центре. Найти потенциал электрического поля в точке Р, находящейся в другой вершине этого квадрата (см. рис.).

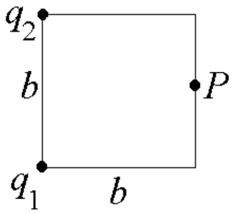
$q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 2$ мкКл, $b = 1$ м.

Ответ: 34,5 кВ



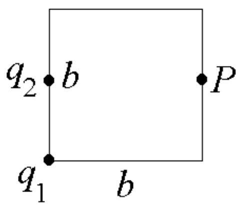
4.2 Заряды q_1 и q_2 находятся в соседних вершинах квадрата со стороной b. Найти потенциал электрического поля в точке P, делящей сторону квадрата на два равных отрезка (см. рис.).
$q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 2$ мкКл, $b = 1$ м.

Ответ: 44 кВ



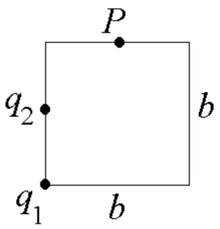
4.3 Заряды q_1 и q_2 находятся в соседних вершинах квадрата со стороной b. Найти потенциал электрического поля в точке P, находящейся на середине противоположной стороны квадрата (см. рис.).
$q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 2$ мкКл, $b = 1$ м.

Ответ: 24 кВ



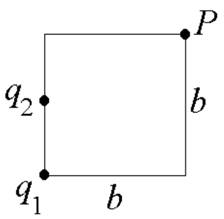
4.4 Заряд q_1 находится в вершине квадрата со стороной b, а заряд q_2 – на середине стороны. Найти потенциал электрического поля в точке P, находящейся на середине противоположной стороны квадрата (см. рис.). $q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 2$ мкКл, $b = 1$ м.

Ответ: 26 кВ



4.5 Заряд q_1 находится в вершине квадрата со стороной b, а заряд q_2 – на середине стороны. Найти потенциал электрического поля в точке P, находящейся на середине стороны квадрата (см. рис.).
$q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 2$ мкКл, $b = 1$ м.

Ответ: 34 кВ



4.6 Заряд q_1 находится в вершине квадрата со стороной b, а заряд q_2 – на середине стороны. Найти потенциал электрического поля в точке P, находящейся в противоположной вершине квадрата (см. рис.).
$q_1 = 1$ мкКл, $q_2 = 2$ мкКл, $b = 1$ м.

Ответ: 22 кВ

5. Расчет потенциала электрического поля, созданного распределенным зарядом.

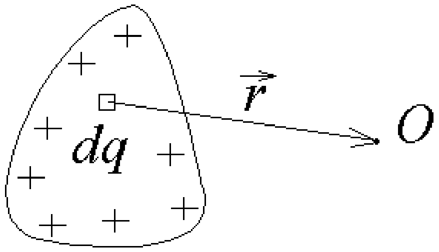


Рис.3

Электрическое поле часто создается не дискретными зарядами, а распределенными в пространстве с плотностью $\rho = dq/dV$. Тогда необходимо разбить заряженную область на малые элементы с объемом dV и зарядом $dq = \rho dV$ (см. рис.3). При расчете потенциала в некоторой точке пространства *O* принцип суперпозиции (4.2) для бесконечного числа таких элементов будет выглядеть следующим образом:

$$\varphi = \int d\varphi = \int \frac{kdq}{r} = \int\limits_V \frac{k\rho dV}{r} \qquad (5.1)$$

– где r – расстояние от малого элемента с зарядом dq до точки *O*.

Часто заряд распределяется вдоль тонкой линии, тогда заряд малого элемента длины dl лучше выражать через линейную плотность заряда $dq = \rho dl$, и уравнение (5.1) преобразуется в

$$\varphi = \int\limits_L \frac{k\rho dl}{r} \qquad (5.2)$$

Задача 6.

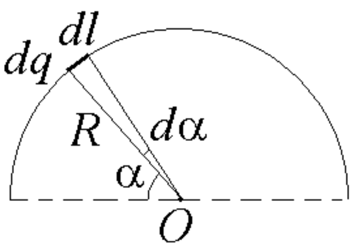


Рис. 4

Положительный заряд распределен по тонкому полукольцу радиуса R = 1 м с линейной плотностью $\rho = \rho_0 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2$, где $0<\alpha < \pi$, ρ_0 = 1 мкКл/м. Определить потенциал, создаваемый этим зарядом в центре полукольца.

Решение:

Выделим элемент $dl = Rd\alpha$ на полуокружности и, учитывая, что расстояние от элемента до точки *O* равно $r = R$, по формуле (5.2) рассчитаем потенциал в точке *O:*

$$\varphi = \int\limits_L \frac{k\rho dl}{r} = \frac{k\rho_0}{R}\int\limits_0^{\pi}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 Rd\alpha = \frac{k\rho_0}{\pi^2}\frac{\alpha^3}{3}\bigg|_0^{\pi} = \frac{k\rho_0\pi}{3} = \frac{9\cdot 10^9 . 10^{-6}\cdot 3{,}14}{3} = 9{,}42 \text{ кВ}$$

Ответ: 9,42 кВ

Задача 7

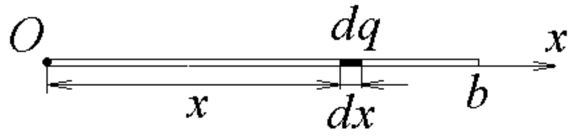


Рис.5

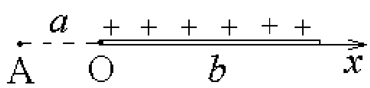
Тонкий стержень заряжен неравномерно. Электрический заряд распределен по нему с линейной плотностью $\rho = \rho_0 \left(\frac{x}{b}\right)^2$, где x – координата точки на стержне, b = 1 м – длина стержня, ρ_0 = 1 мкКл/м. Чему равна величина потенциала, создаваемого этим зарядом в начале координат O, совпадающем с концом стержня?

Решение:

Выделим элементарный заряд dq на стержне длиной dx на расстоянии x от начала координат O (см. рис.5). Учитывая, что $r = x$, а $dq = \rho dx$, найдем по формуле (5.2) потенциал в точке O:

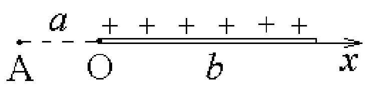
$$\int_L \frac{k\rho dl}{r} = \int_0^b \frac{k\rho_0 \left(\frac{x}{b}\right)^2 dx}{x} = \frac{k\rho_0}{b^2} \frac{x^2}{2}\bigg|_0^b = \frac{k\rho_0}{2} = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{2} = 4{,}5 \text{ кВ}$$

Ответ: 4,5 кВ



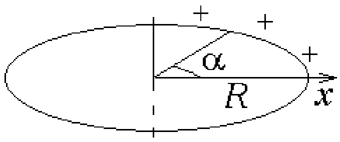
5.1 Вдоль стержня длины b равномерно распределен заряд q. Найти потенциал в точке A на продолжении стержня на расстоянии a от его конца (см. рис.). $b = 1$ м, $a = 1$ м, $q = 1$ мкКл.

Ответ: 6,2 кВ



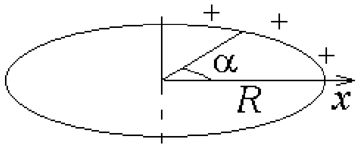
5.2 Вдоль стержня длины b равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\rho = const$. Найти потенциал в точке A на продолжении стержня на расстоянии a от его конца (см. рис.). $b = 1$ м, $a = 1$ м, $\rho = 1$ мкКл/м.

Ответ: 6,2 кВ



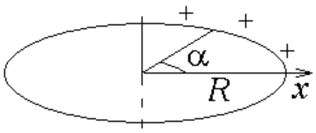
5.3 Положительный заряд распределен по тонкому кольцу радиуса R с линейной плотностью $\rho = \rho_0 \sin^2 \alpha, \quad 0 \le \alpha \le 2\pi$. Определить потенциал, создаваемый этим зарядом в центре кольца.
R = 1 м, $\rho_0 = 1$ мкКл/м.

Ответ: 28 кВ



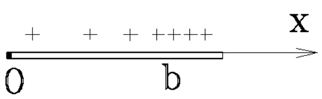
5.4. Положительный заряд распределен по тонкому кольцу радиуса R с линейной плотностью $\rho = \rho_0 \left(\dfrac{\alpha}{\pi} \right), \quad 0 \le \alpha \le 2\pi$. Определить потенциал, создаваемый этим зарядом в центре кольца.
R = 1 м, $\rho_0 = 1$ мкКл/м.

Ответ: 57 кВ



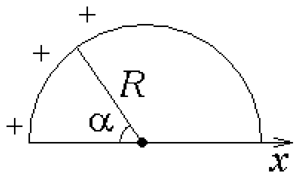
5.5 Положительный заряд распределен по тонкому кольцу радиуса R с линейной плотностью $\rho = \rho_0 \left(\dfrac{\alpha}{\pi} \right)^2, \quad 0 \le \alpha \le 2\pi$. Определить потенциал, создаваемый этим зарядом в центре кольца.
R = 1 м, $\rho_0 = 1$ мкКл/м.

Ответ: 75 кВ



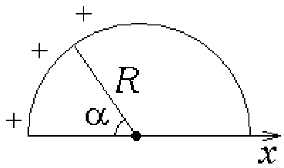
5.6 Тонкий стержень заряжен неравномерно. Электрический заряд распределен по нему с линейной плотностью $\rho = \rho_0 \left(\dfrac{x}{b} \right), \quad 0 \le x \le b$, где x - координата точки на стержне, b - длина стержня. Чему равна величина потенциала, создаваемого этим зарядом в начале координат O, совпадающем с концом стержня? $b = 1$ м, $\rho_0 = 1$ мкКл/м.

Ответ: 9 кВ



5.7 Положительный заряд распределен по тонкому полукольцу радиуса R с линейной плотностью $\rho = \rho_0 \sin^2 \alpha, \quad 0 \le \alpha \le \pi$. Определить потенциал, создаваемый этим зарядом в центре полукольца. $R = 1$ м, $\rho_0 = 1$ мкКл/м.

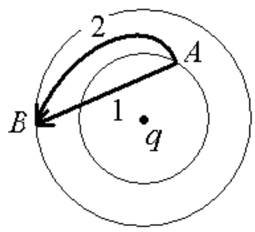
Ответ: 14 кВ



5.8 Положительный заряд распределен по тонкому полукольцу радиуса R с линейной плотностью $\rho = \rho_0 \left(\dfrac{\alpha}{\pi}\right), \quad 0 \le \alpha \le \pi$. Определить потенциал, создаваемый этим зарядом в центре полукольца.
$R = 1$ м, $\rho_0 = 1$ мкКл/м.

Ответ: 14 кВ

5.9э. Электрон перемещается в кулоновском поле заряженной частицы из точки А в точку В в одном случае по траектории 1, в другом случае по траектории 2. Как соотносятся величины работ, совершаемых электрическим полем над электроном, в этих двух случаях?



а) $A_1 > A_2$; б) $A_1 < A_2$; в) $A_1 = A_2 = 0$; г) $A_1 = A_2 \ne 0$

6. Расчет напряженности электрического поля, созданного распределенным зарядом.

Применение принципа суперпозиции (3.2) для нахождения напряженности электрического поля $\vec{E}$ в векторной форме вызывает большие трудности из-за бесконечного числа элементарных зарядов dq, распределенных в пространстве. В этом случае необходимо воспользоваться не векторным сложением вкладов полей $d\vec{E}$, а сложением их проекций:

$$E_x = \int dE_x\,, \quad E_y = \int dE_y \qquad (6.1)$$

Задача 8

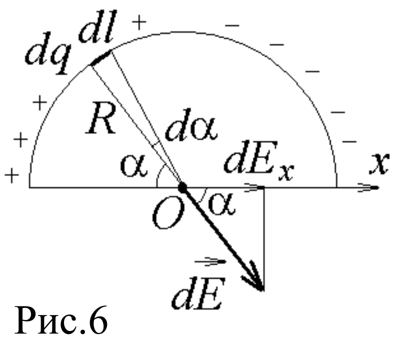


Рис.6

Заряд распределен по тонкому полукольцу радиуса R = 1 м с линейной плотностью

$$\begin{cases} \rho = \rho_0 \sin^3\alpha, & 0 \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2} \\ \rho = -\rho_0 \sin^3\alpha, & \dfrac{\pi}{2} \le \alpha \le \pi \end{cases}.$$

Определить проекцию на ось x напряженности электрического поля, создаваемого этим зарядом в центре полукольца, если $\rho_0 = 1$ мкКл/м.

Решение:

Как видно из рис.6, проекция на ось x напряженности электрического поля, созданного элементарным зарядом $dq = \rho dl$ в точке O равна:

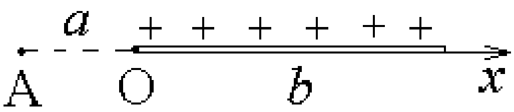
$$dE_x = dE \cdot \cos\alpha \qquad (6.3)$$

Учитывая, что $dl = Rd\alpha$, а $\cos\alpha d\alpha = d(\sin\alpha)$, получим

$$E_x = \int \frac{k\rho dl}{r^2}\cos\alpha = \int_0^{\pi/2} \frac{k\rho_0 \sin^3\alpha}{R^2}\cos\alpha R d\alpha - \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{k\rho_0 \sin^3\alpha}{R^2}\cos\alpha R d\alpha =$$

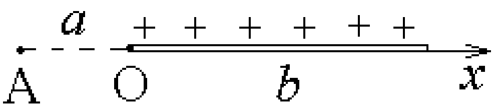
$$= \frac{k\rho_0}{R}\left(\left.\frac{\sin^4\alpha}{4}\right|_0^{\pi/2} - \left.\frac{\sin^4\alpha}{4}\right|_{\pi/2}^{\pi} \right) = \frac{k\rho_0}{4R}\big(1-(-1)\big) = \frac{k\rho_0}{2} = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{2} = 4500\,\text{В/м}$$

Ответ: 4,5 кВ/м



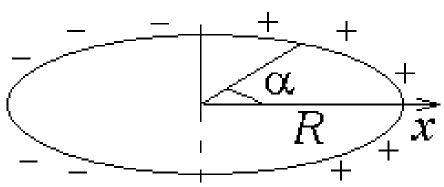
6.1 Вдоль стержня длины b равномерно распределен заряд q. Найти величину напряженности электрического поля в точке A на продолжении стержня на расстоянии a от его конца (см. рис.). $b = 1$ м, $a = 1$ м, $q = 1$ мкКл.

Ответ: 4,5 кВ/м



6.2 Вдоль стержня длины b равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\rho = const$. Найти величину напряженности электрического поля в точке A на продолжении стержня на расстоянии a от его конца (см. рис.).
$b = 1$ м, $a = 1$ м, $\rho = 1$ мкКл/м.

Ответ: 4,5 кВ/м

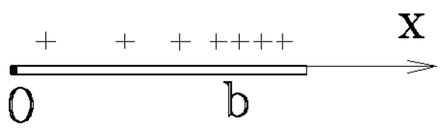


6.3 Заряд распределен по тонкому кольцу радиуса R с линейной плотностью

$$\begin{cases} \rho = \rho_0 \sin^2 \alpha, & -\dfrac{\pi}{2} \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2} \\ \rho = -\rho_0 \sin^2 \alpha, & \dfrac{\pi}{2} \le \alpha \le \dfrac{3\pi}{2} \end{cases}.$$

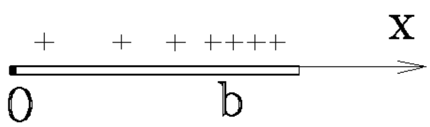
Определить величину проекции на ось x напряженности электрического поля, создаваемого этим зарядом в центре кольца, если
$R = 1$ м, $\rho_0 = 1$ мкКл/м.

Ответ: 12 кВ/м



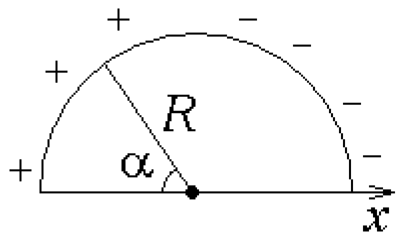
6.4 Тонкий стержень заряжен неравномерно. Электрический заряд распределен по нему с линейной плотностью $\rho = \rho_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^2$, $0 \le x \le b$, где x - координата точки на стержне, b - длина стержня. Чему равна величина напряженности электрического поля, создаваемого этим зарядом в начале координат O, совпадающем с концом стержня?
$b = 1$ м, $\rho_0 = 1$ мкКл/м.

Ответ: 9,0 кВ/м



6.5 Тонкий стержень заряжен неравномерно. Электрический заряд распределен по нему с линейной плотностью $\rho = \rho_0 \left(\dfrac{x}{b}\right)^3$, $0 \le x \le b$, где x - координата точки на стержне, b - длина стержня. Чему равна величина напряженности электрического поля, создаваемого этим зарядом в начале координат О, совпадающем с концом стержня? $b = 1$ м, $\rho_0 = 1$ мкКл/м.

Ответ: 4,5 кВ/м

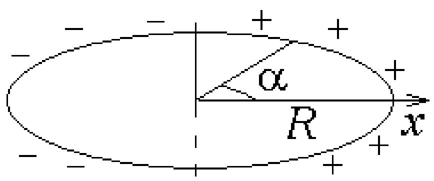


6.6 Заряд распределен по тонкому полукольцу радиуса R с линейной плотностью

$$\begin{cases} \rho = \rho_0 \cos^2 \alpha, & 0 \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2} \\ \rho = -\rho_0 \cos^2 \alpha, & \dfrac{\pi}{2} \le \alpha \le \pi \end{cases}.$$

Определить проекцию на ось x напряженности электрического поля, создаваемого этим зарядом в центре полукольца, если R = 1 м, $\rho_0 = 1$ мкКл/м.

Ответ: 12 кВ/м



6.7 Заряд распределен по тонкому кольцу радиуса R с линейной плотностью

$$\begin{cases} \rho = \rho_0 \sin^4 \alpha, & -\dfrac{\pi}{2} \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2} \\ \rho = -\rho_0 \sin^4 \alpha, & \dfrac{\pi}{2} \le \alpha \le \dfrac{3\pi}{2} \end{cases}.$$

Определить величину проекции на ось x напряженности электрического поля, создаваемого этим зарядом в центре кольца, если
R = 1 м, $\rho_0 = 1$ мкКл/м.

Ответ: 7,2 кВ/м

7. Закон Джоуля - Ленца

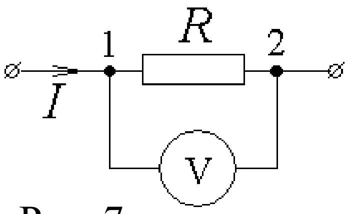


Рис. 7

При перемещении электрического заряда q из точки 1 в точку 2 электрическое поле совершает работу

$$A = q\Delta\varphi , \tag{7.1}$$

где $\Delta\varphi$ – разность потенциалов или напряжение $U = \varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$.

Как известно, сила тока определяется, как *заряд, протекающий через поперечное сечение провода за единицу времени*, т.е.

$$I = \frac{dq}{dt} . \tag{7.2}$$

Если известна зависимость силы тока $I(t)$, то из (7.2) можно выразить заряд, протекающий за малый промежуток времени:

$$dq = Idt , \tag{7.3}$$

и преобразовать формулу (7.1) следующим образом:

$$dA = dqU = IdtU = IUdt = Pdt , \tag{7.4}$$

где $P = IU$ – электрическая мощность.

Используя закон Ома для однородного участка цепи $U = IR$, и подставляя его в (7.4), получим закон Джоуля-Ленца:

$$dQ = dA = I^2 Rdt \tag{7.5}$$

В формуле (7.5) учтено то обстоятельство, что работа электрического поля, совершенная над электрическими зарядами, не приводит к увеличению их кинетической энергии, а выделяется в виде тепла dQ.

Таким образом, из (7.5) можно рассчитать тепло, выделившееся в сопротивлении R за любой промежуток времени:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2 Rdt \tag{7.6}$$

Задача 9.

По проводу сопротивлением R_1 = 20 Ом течет переменный электрический ток. Сила тока изменяется по закону $I = A\left(t/\tau\right)^{10}$,
где A = 3 А, τ = 1 с. Чему равно количество теплоты, выделившейся в проводе за промежуток времени от $t_0 = 0$ до t_1 = 2 с?

Решение:

Подставим функцию силы тока от времени в формулу (7.6):

$$Q = \int_0^{t_1} A^2 \left(\frac{t}{\tau}\right)^{20} R_1 dt = \frac{A^2 R_1 t^{21}}{21 \cdot \tau^{20}}\Bigg|_0^{t_1 = 2\ \text{с}} = \frac{A^2 R_1 t_1^{21}}{21 \cdot \tau^{20}} = \frac{3^2 \cdot 20 \cdot 2^{21}}{21 \cdot 1^{20}} = 17975589\ \text{Дж}$$

Ответ: Q = 18 МДж

Задача 10.

По проводу сопротивлением R_1 = 20 Ом течет переменный электрический ток. Сила тока изменяется по закону $I = A \sin \omega t$,
где A = 3 А/с, $\omega = \frac{\pi}{2}$ рад/с. Чему равно количество теплоты, выделившейся в проводе за промежуток времени от $t_0 = 0$ до t_1 = 2 с?

Решение:

Подставим функцию силы тока от времени в формулу (7.6):

$$Q = \int_0^{t_1} A^2 \sin^2 \omega t \cdot R_1 dt = A^2 R_1 \int_0^{t_1} \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{A^2 R_1}{2}\left(t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right)\Bigg|_0^{t_1} =$$

$$= \frac{3^2 \cdot 20}{2}\left(2 - \frac{\sin 2\pi}{\pi}\right) = 180\ \text{Дж}$$

Ответ: Q = 180 Дж

7.1 По проводу сопротивлением R_1 течет переменный электрический ток. Сила тока изменяется по закону

а) $I = A\dfrac{t}{\tau}$; б) $I = A\left(\dfrac{t}{\tau}\right)^2$; в) $I = A\left(\dfrac{t}{\tau}\right)^3$; г) $I = A\left(\dfrac{t}{\tau}\right)^4$;

д) $I = A\sqrt{\left(\dfrac{t}{\tau}\right)^3}$; е) $I = A\sqrt{\left(\dfrac{t}{\tau}\right)^5}$; ж) $I = A\sqrt{\left(\dfrac{t}{\tau}\right)^{19}}$.

$A = 1$ А, $R_1 = 1$ Ом, $t_1 = 1$ с, $\tau = 1$ с.

Чему равно количество теплоты, выделившейся в проводе за время t_1?

Ответы: а) 0,33 Дж; б) 0,20 Дж; в) 0,14 Дж; г) 0,11 Дж;
д) 250 мДж; е) 167 мДж; ж) 50 мДж;

7.2 По проводу сопротивлением R_1 течет переменный электрический ток. Сила тока изменяется по закону
а) $I = A\sin\omega t$; б) $I = A\cos\omega t$.
Чему равно количество теплоты, выделившейся в проводе за время t_1?

$A = 1$ А, $R_1 = 1$ Ом, $\omega = \dfrac{\pi}{2}$ рад/с, $t_1 = 1$ с

Ответы: а) 500 мДж; б) 500 мДж

7.3 По проводу сопротивлением R_1 течет переменный электрический ток. Сила тока изменяется по закону $I = A\exp(-Bt)$. Чему равно количество теплоты, выделившейся в проводе за время t_1?

$A = 1$ А, $R_1 = 1$ Ом, $B = 1$ с$^{-1}$, $t_1 = 1$ с

Ответ: 432 мДж

7.4э. Напряженность электрического поля в проводнике увеличили в 2 раза. Как изменилась удельная тепловая мощность (тепло, выделяющееся за единицу времени в единице объема)?
а) увеличилась в 2 раза; <u>б) увеличилась в 4 раза</u>;
в) увеличилась в 8 раз; г) уменьшилась в 2 раза.

8. Заряд, прошедший через поперечное сечение проводника

Используя формулу (7.3), можно найти количество электричества, т.е. электрический заряд, прошедший через поперечное сечение провода за любой промежуток времени

$$\Delta q = \int_{t_0}^{t_1} I dt \qquad (8.1)$$

Задача 11.

Используя условие задачи 9, найти полный заряд, прошедший через поперечное сечение провода за промежуток времени от $t_0 = 0$ до $t_1 = 2$ с.

Решение:

Используем формулу (8.1):

$$\Delta q = \int_0^{t_1} A\left(\frac{t}{\tau}\right)^{10} dt = A\frac{t^{11}}{11\cdot\tau^{10}}\Bigg|_0^{t_1} = 3\cdot\frac{2^{11}}{11\cdot 1^{10}} = 559 \text{ Кл.}$$

Ответ: Δq = 559 Кл

Задача 12

Используя условие задачи 10, найти полный заряд, прошедший через поперечное сечение провода за промежуток времени от $t_0 = 0$ до $t_1 = 2$ с.

Решение:

Используем формулу (8.1):

$$\Delta q = \int_0^{t_1} A\sin\omega t\, dt = -A\frac{\cos\omega t}{\omega}\Bigg|_0^{t_1} = -3\left(\frac{\cos\pi - \cos 0}{\pi/2}\right) = \frac{12}{\pi} = 3{,}82 \text{ Кл.}$$

Ответ: Δq = 3,82 Кл

8.1 По проводу сопротивлением R_1 течет переменный электрический ток. Сила тока изменяется по закону

а) $I = A\left(\frac{t}{\tau}\right)^2 + B\frac{t}{\tau}$; б) $I = A\left(\frac{t}{\tau}\right)^3 + B\frac{t}{\tau}$;

в) $I = A\left(\frac{t}{\tau}\right)^3 + B\left(\frac{t}{\tau}\right)^2$ г) $I = A\left(\frac{t}{\tau}\right)^5 + B\left(\frac{t}{\tau}\right)^4$.

Чему равен заряд, прошедший через поперечное сечение провода за время t_1? $A = 1$ А, $B = 1$ А, $R_1 = 1$ Ом, $t_1 = \tau = 1$ с

Ответы: а) 833 мКл б) 750 мКл; в) 583 мКл; г) 367 мКл

8.2 По проводу сопротивлением R_1 течет переменный электрический ток. Сила тока изменяется по закону

а) $I = A\sin\omega t$;б) $I = A\cos\omega t$.

Чему равен заряд, прошедший через поперечное сечение провода за время t_1? $A = 1$ А, $\omega = \frac{\pi}{3}$ рад/с, $R_1 = 1$ Ом, $t_1 = 1$ с

Ответы: а) 477 мКл; б) 0,83 Кл

8.3 По проводу сопротивлением R_1 течет переменный электрический ток. Сила тока изменяется по закону

а) $I = A\sin^2\omega t$; б) $I = A\cos^2\omega t$. Чему равен заряд, прошедший через поперечное сечение провода за время t_1?

$A = 1$ А, $\omega = \frac{\pi}{2}$ рад/с, $R_1 = 1$ Ом, $t_1 = 1$ с

Ответы: а) 500 мКл; б) 0,50 Кл

8.4 По проводу сопротивлением R_1 течет переменный электрический ток. Сила тока изменяется по закону $I = A\exp(-Bt)$. Чему равен заряд, прошедший через поперечное сечение провода за время t_1?

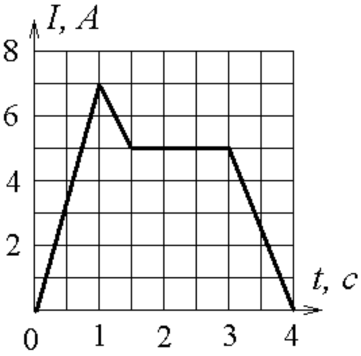
$A = 1$ А, $B = 1$ с$^{-1}$, $R_1 = 1$ Ом, $t_1 = 1$ с

Ответ: 632 мКл

8.5э. Сила тока, текущего по проводнику, меняется во времени, как показано на рисунке. Какой заряд протечет сквозь поперечное сечение проводника в промежуток времени

от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 3$ с?

а) 7 Кл; б) 12 Кл; в) 10,5 Кл; г) 1,5 Кл.



9. Правила Кирхгофа

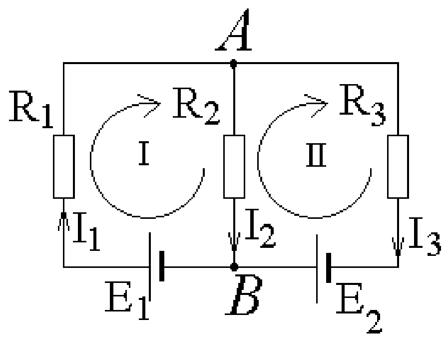


Рис.8

Электрическая схема всегда содержит множество элементов, таких как резисторы, конденсаторы, источники тока, катушки индуктивности. Эти элементы связаны соединительными проводами. В сложной схеме всегда есть *узлы* и *контуры*.

Узлы – это точки, в которой соединяются три и более проводов. На рис.8 узлами будут точки *A* и *B*.

Контур – это замкнутая линия, проведенная вдоль соединительных проводов так, что нигде не пересекает саму себя. На рис.8 изображены два контура I и II. Обход вдоль этих контуров здесь выбран по часовой стрелке (в общем случае можно выбрать произвольно).

Обычно известны характеристики всех элементов, входящих в схему, т.е. сопротивления резисторов, Э.Д.С. источников тока и т.д. Рассчитать схему – значит найти все токи, текущие по разным цепям. В этом могут помочь правила Кирхгофа.

1-е правило Кирхгофа: $$\sum I_i = 0 . \qquad (9.1)$$

Алгебраическая сумма всех сил токов, сходящихся в узле равна 0.

Токи, втекающие в узел берутся со знаком "–", а токи вытекающие из узла – со знаком "+". Таким образом для узла *B* на рис.8 можно записать

$$I_2 + I_3 - I_1 = 0 . \qquad (9.2)$$

2-е правило Кирхгофа: $$\sum I_i R_i = \sum E_i \,, \qquad (9.3)$$

– алгебраическая сумма падений напряжений на каждом элементе контура равна алгебраической сумме э.д.с. в этом контуре.

Падение напряжения на сопротивлении считается положительным, если направление тока через это сопротивление совпадает с направлением обхода контура, выбранного произвольно.

Э.Д.С. считается положительной, если при обходе контура осуществляется переход через источник от "–" (меньший отрезок) к "+" (больший отрезок).

Запишем формулу (9.3) для двух контуров:

Контур I: $$I_1R_1 + I_2R_2 = +E_1 \qquad (9.4)$$

Контур II: $$I_3R_3 - I_2R_2 = +E_2 \qquad (9.5)$$

Таким образом, чтобы рассчитать схему, т.е. найти токи I_1, I_2 и I_3, надо решить систему уравнений (9.2), (9.4), (9.5).

Если известны некоторые токи, то расчет схемы упрощается, и можно иногда обойтись решением всего одного уравнения.

Задача 13.

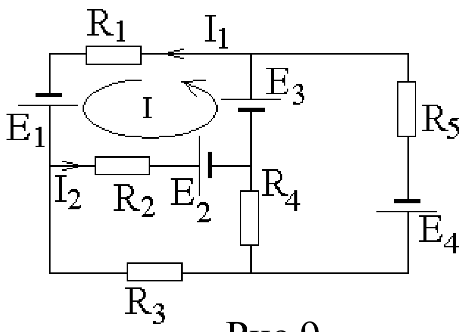


Рис.9

Найти Э.Д.С. E_1, если
$R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 3$ Ом,
$E_2 = 1$ В, $E_3 = 4$ В,
$I_1 = 3$ А, $I_2 = 2$ А.
Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

Решение:

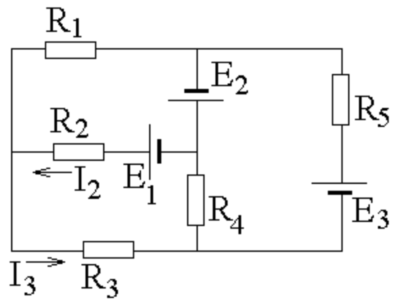
Запишем формулу (9.3) для контура I (см. рис.9).

$$I_1R_1 + I_2R_2 = E_3 + E_1 - E_2 \qquad (9.6)$$

Из (9.6) выразим E_1:

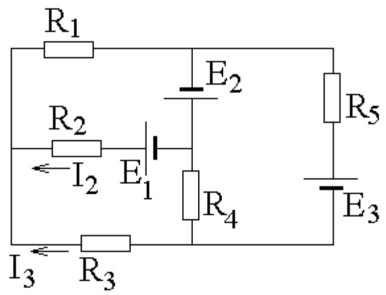
$E_1 = I_1R_1 + I_2R_2 - E_3 + E_2$=3·4 + 2·6 – 4 + 1 = 21 В

Ответ: E_1 = 21 В



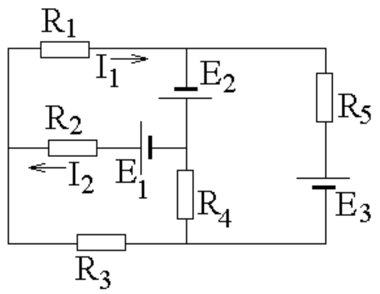
9.1 Найти величину силы тока I_4, протекающего через сопротивление R_4.
$R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом, $E_1 = 1$ В, $E_2 = 2$ В, $I_2 = 1$ А, $I_3 = 2$ А.
Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

Ответ: 1,8 А



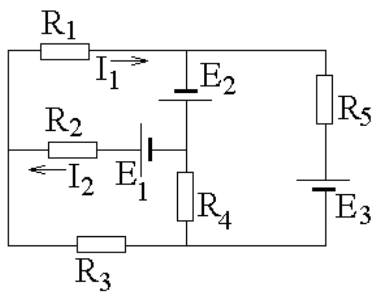
9.2 Найти величину силы тока I_4, протекающего через сопротивление R_4.
$R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом, $E_1 = 1$ В, $E_2 = 2$ В, $I_2 = 1$ А, $I_3 = 2$ А.
Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

Ответ: 1,3 А



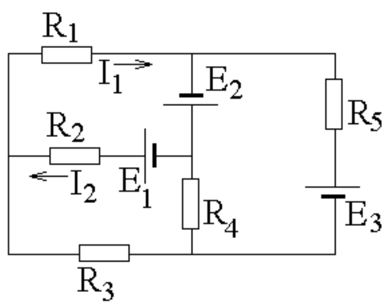
9.3 Найти Э.Д.С. источника E_2.
$R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом, $E_1 = 1$ В, $I_1 = 1$ А, $I_2 = 2$ А.
Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

Ответ: 4 В



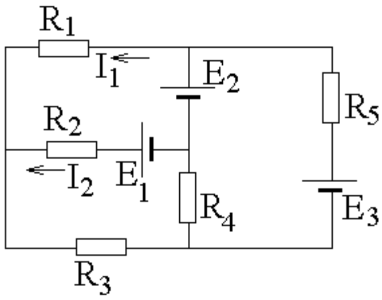
9.4 Найти сопротивление R_1.
$R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом, $E_1 = 1$ В, $E_2 = 3$ В, $I_1 = 2$ А, $I_2 = 1$ А.
Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

Ответ: 1,0 Ом



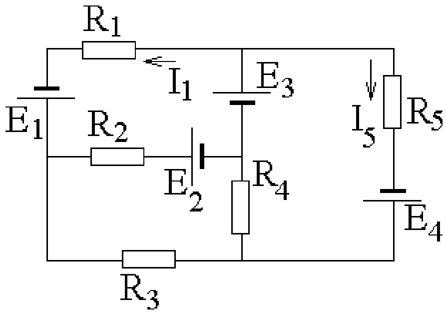
9.5 Найти сопротивление R_2.
$R_1 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом, $R_5 = 5$ Ом, $E_1 = 1$ В, $E_2 = 4$ В, $I_1 = 2$ А, $I_2 = 3$ А.
Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

Ответ: 0,33 Ом



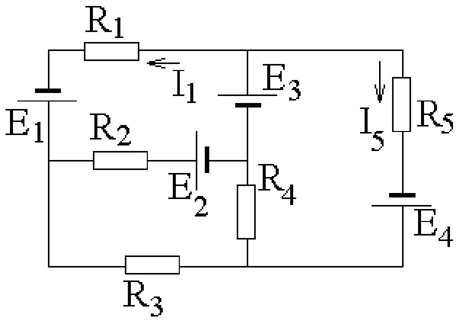
9.6 Найти сопротивление R_2.
$R_1 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_5 = 5$ Ом, $E_1 = 1$ В, $E_2 = 3$ В, $E_3 = 4$ В, $I_1 = 2$ А, $I_2 = 3$ А.
Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

Ответ: 0,67 Ом



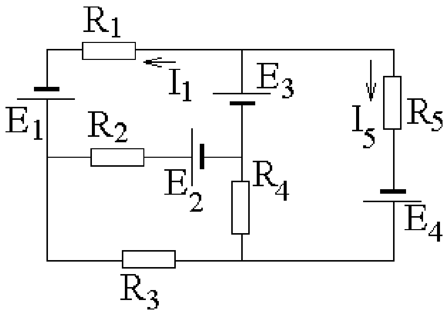
9.7 Найти величину силы тока, протекающего через сопротивление R_2.
$R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $E_1 = 1$ В, $E_2 = 4$ В, $E_3 = 4$ В, $I_1 = 3$ А, $I_5 = 2$ А.
Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

Ответ: 1,8 А



9.8 Найти величину силы тока, протекающего через сопротивление R_4.
$R_4 = 5$ Ом, $R_5 = 4$ Ом, $E_2 = 4$ В, $E_3 = 4$ В, $E_4 = 1$ В, $I_1 = 3$ А, $I_5 = 2$ А.
Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

Ответ: 0,6 А



9.9 Найти величину силы тока, протекающего через сопротивление R_3.
$R_1 = 6$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_5 = 4$ Ом, $E_1 = 4$ В, $E_4 = 1$ В, $I_1 = 3$ А, $I_5 = 2$ А.
Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

Ответ: 2,3 А

10. Расчет потока вектора напряженности и индукции электрического поля

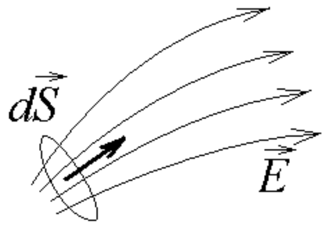


Рис.10

Электрическое поле можно изобразить графически, нарисовав силовые линии. *Силовая линия* – это линия в силовом поле, в каждой точке которой напряженность электрического поля $\vec{E}$ направлена по касательной. Следовательно, если поместить покоящуюся заряженную частицу в электрическое поле, то она начнет двигаться вдоль силовой линии.

Модуль напряженности $\vec{E}$ на графическом изображении поля можно определить, как *густоту силовых линий,* т.е число линий, пересекающих единичную поперечную площадку:

$$E = \frac{dN}{dS_{\perp}}. \qquad (10.1)$$

Тогда число силовых линий, пересекающих площадку можно найти следующим образом:

$$dN = E \cdot dS_{\perp} = \vec{E} \cdot d\vec{S} = d\Phi_E, \qquad (10.2)$$

где вектор $d\vec{S}$ по модулю равен площади dS и направлен по нормали к этой площадке. Величина $d\Phi_E$ в формуле (10.2) называется потоком вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$ через площадку $d\vec{S}$. Чтобы рассчитать поток через большую площадь S любой формы надо проинтегрировать формулу (10.2):

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S} \qquad (10.3)$$

Воспользуемся теоремой Остроградского для вектора напряженности электрического поля:

$$\int_V \operatorname{div} \vec{E} dV = \oint_S \vec{E} d\vec{S} \qquad (10.4)$$

Подставим теорему Гаусса (1.5) в (10.4) и получим теорему Остроградского-Гаусса в интегральном виде:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{E} dV = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \int_V \rho dV = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \sum q_i \qquad (10.5)$$

Таким образом, $\oint\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \dfrac{\sum q_i}{\varepsilon\varepsilon_0}$ – поток вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$ сквозь замкнутую поверхность, равен сумме всех зарядов внутри этой поверхности, деленной на произведение $\varepsilon\varepsilon_0$, где ε – диэлектрическая проницаемость среды ($\varepsilon = 1$ для вакуума или воздуха), $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

В изотропном пространстве вектор электрической индукции $\vec{D}$ связан с вектором $\vec{E}$ материальным уравнением:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}\,. \qquad (10.6)$$

Подставляя (10.6) в (10.5), можно получить теорему Остроградского-Гаусса для вектора $\vec{D}$:

$$\Phi_D = \oint\limits_S \vec{D}d\vec{S} = \int\limits_V \rho dV = \sum q_i\,, \qquad (10.7)$$

где $\sum q_i$ – сумма сторонних зарядов, находящихся внутри замкнутой поверхности *S*.

Задача 14

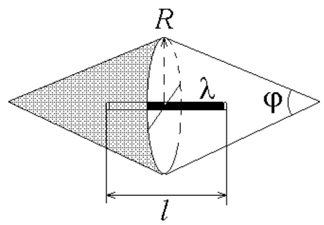


Рис.11

Из двух круговых прямых конусов с углом раствора φ = 10° и радиусом основания *R* = 2 см составлена фигура, вдоль оси симметрии которой помещен равномерно заряженный отрезок длиной *l* =6 см с линейной плотностью заряда λ = 2 мкКл/м. Середина отрезка совпадает с центром фигуры. Найти поток вектора электрического смещения через поверхность одного из конусов.

Решение:

В общем случае расчет потока электрического смещения через заштрихованную область конуса по формуле (10.3) с использованием (10.6) вызывает огромные трудности. Но заряженный стержень расположен на оси конуса симметрично относительно плоскости основания конуса. Таким образом, можно сделать вывод, что поток через заштрихованную область равен *половине потока через всю поверхность* фигуры на рис.11.

Поток вектора $\vec{D}$ через замкнутую поверхность можно рассчитать по закону Остроградского-Гаусса по формуле (10.7):

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \sum q_i = \lambda \cdot l = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}06 = 120 \text{ нКл.} \qquad (10.8)$$

Откуда следует ответ.

Ответ: $\Phi_D = \dfrac{120}{2} = 60$ нКл

Задача 15

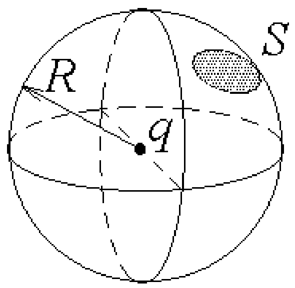


Рис.12

Заряд $q = 4$ нКл помещен в центр сферы радиуса $R = 2$ м. Найдите поток вектора напряженности электрического поля сквозь небольшую область поверхности сферы площадью $S = 50$ см^2.

Решение:

Напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом, направлена вдоль радиуса сферы, т.е. вдоль нормали к поверхности сферы. Угол между вектором $\vec{E}$ и любой площадкой на сфере $d\vec{S}$ равен 0°. Модуль напряженности на поверхности сферы равен $E = \dfrac{kq}{R^2}$ (см. (3.1)). Таким образом, поток вектора $\vec{E}$ можно легко рассчитать по формуле (10.3):

$$\Phi_E = \int_S \vec{E}d\vec{S} = \int_S \frac{kq}{R^2} dS \cos 0^0 = \frac{kqS}{R^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-9} \cdot 50 \cdot 10^{-4}}{2^2} = 0{,}045 \text{ В·м.}$$

Ответ: 45 мВ·м

Задача 16

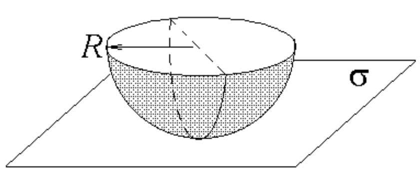


Рис.13

Электрическое поле создается горизонтальной бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2$ мКл/м^2. На плоскость положили полусферу радиуса $R = 1$ см. Найти поток вектора электрического смещения через боковую поверхность полусферы.

Решение:

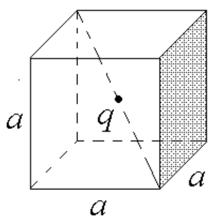
Заряженная плоскость на рис.13 создает однородное электрическое поле, перпендикулярное основанию полусферы и по модулю равное $D = \sigma/2$. Поток через всю поверхность полусферы равен сумме потоков через заштрихованную поверхность Φ_1 и через основание полусферы Φ_2. Но по теореме Остроградского-Гаусса (10.7) этот поток должен быть равен нулю, так как внутри замкнутой поверхности нет ни одного заряда (заряды находятся вне замкнутой поверхности на плоскости).

$$\Phi_1 + \Phi_2 = 0 \qquad (10.9)$$

Таким образом, вместо потока Φ_1 можно найти поток Φ_2:

$$|\Phi_1| = |-\Phi_2| = D \cdot S = \frac{\sigma}{2} \cdot \pi R^2 = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot \pi \cdot 10^{-4} = 3{,}14 \cdot 10^{-7} \text{ Кл.}$$

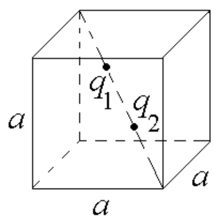
Ответ: 314 нКл



10.1 Заряд q помещен в центр куба со стороной a . Найдите поток вектора напряженности электрического поля сквозь одну грань. $q = 1$ нКл, $a = 1$ см.

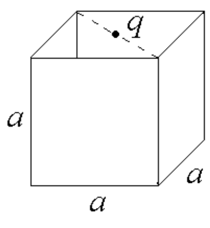
Ответ: 19 В·м

10.2 Заряды q_1 и q_2 помещены на диагонали куба со стороной a так, что делят эту диагональ на три равные части. Чему равен поток вектора напряженности электрического поля сквозь внешнюю поверхность куба.



$q_1 = 1$ нКл, $q_2 = 2$ нКл, $a = 1$ см.

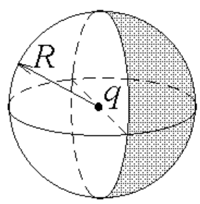
Ответ: 339 В·м



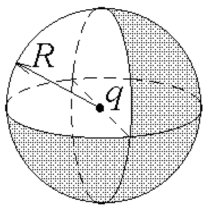
10.3 Заряд q помещен в центр верхней грани куба со стороной a . Найдите поток вектора электрического смещения через все остальные грани.
$q = 1$ нКл, $a = 1$ см.

Ответ: 0,50 нКл

10.4 Заряд q помещен в центр сферы радиуса R . Найдите поток вектора напряженности электрического поля сквозь правую половину сферы.
$q = 2$ нКл, $R = 1$ см.



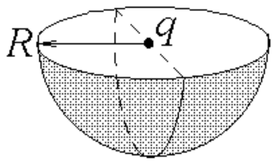
Ответ: 113 В·м



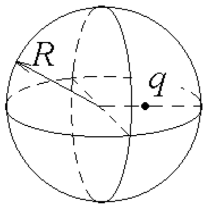
10.5 Заряд q помещен в центр сферы радиуса R. Найдите поток вектора напряженности электрического поля сквозь три четверти сферы.
$q = 4$ нКл, $R = 1$ см.

Ответ: 339 В·м

10.6 Заряд q помещен в центр полусферы радиуса R. Найдите поток вектора напряженности электрического поля сквозь поверхность полусферы.
$q = 5$ нКл, $R = 2$ м.



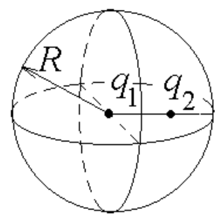
Ответ: 282 В·м



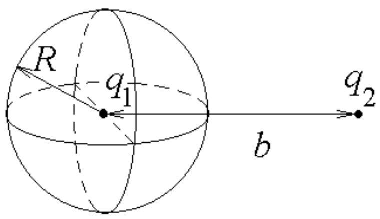
10.7 Заряд q помещен внутрь сферы радиуса R на расстоянии $R/2$ от центра. Найдите поток вектора напряженности электрического поля сквозь поверхность сферы.
$q = 5$ нКл, $R = 3$ м.

Ответ: 565 В·м

10.8 Заряд q_1 помещен в центр сферы, а заряд q_2 – на расстоянии $R/2$ от центра. Найдите поток вектора напряженности электрического поля сквозь поверхность сферы. $q_1 = 5$ нКл, $q_2 = 3$ нКл, $R = 3$ м.



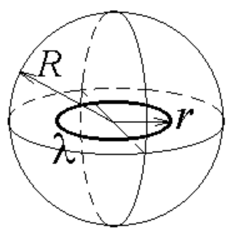
Ответ: 904 В·м



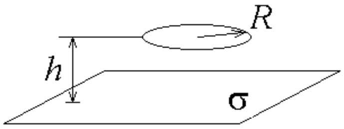
10.9 Заряд q_1 помещен в центр сферы, а заряд q_2 – на расстоянии b от центра. Найдите поток вектора напряженности электрического поля сквозь поверхность сферы.
$q_1 = 5$ нКл, $q_2 = 3$ нКл, $R = 3$ м, $b = 5$ м.

Ответ: 565 В·м

10.10 Внутрь сферы радиуса R помещено равномерно заряженное кольцо радиуса r и линейной плотностью заряда λ. Центр кольца совпадает с центром сферы. Найдите поток вектора напряженности электрического поля сквозь поверхность сферы.
$\lambda = 4$ нКл/м, $R = 2$ м, $r = 1$ см.

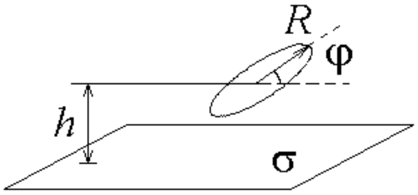


Ответ: 28 В·м



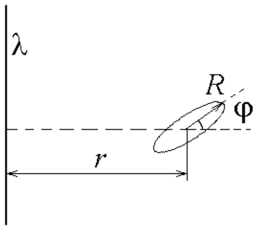
10.11 Над бесконечной плоскостью, равномерно заряженной с поверхностной плотностью заряда σ, в параллельной плоскости на расстоянии h расположен небольшой круг радиуса R. Найти поток вектора напряженности электрического поля сквозь поверхность круга. $\sigma = 1$ нКл/м^2, $R = 3$ см, $h = 1$ м.

Ответ: 160 мВ·м



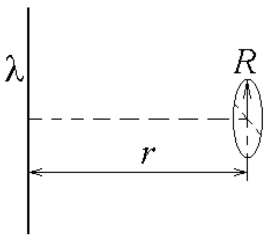
10.12 Над бесконечной плоской поверхностью, равномерно заряженной с поверхностной плотностью заряда σ, расположена круглая пластинка, центр которой лежит на расстоянии h. Плоскости пластинки и поверхности расположены под углом φ. Найти поток вектора напряженности электрического поля сквозь поверхность пластинки. $\sigma = 1$ нКл/м^2, $\varphi = 30^0$, $R = 1$ см, $h = 5$ м.

Ответ: 15 мВ·м



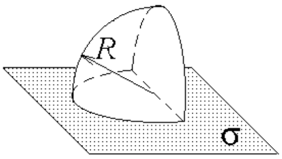
10.13 Электрическое поле создается бесконечной прямой равномерно заряженной нитью с линейной плотностью заряда λ. На большом удалении r расположена круглая пластинка радиуса R. Угол между плоскостью пластинки и перпендикуляром к нити, проходящим через центр пластинки, равен φ. Найти поток вектора электрического смещения через поверхность пластинки. $\lambda = 1$ мКл/м, $\varphi = 30^0$, $R = 1$ см, $r = 12$ м, $h = 5$ м.

Ответ: 2,1 нКл



10.14 Электрическое поле создается бесконечной прямой равномерно заряженной нитью с линейной плотностью заряда λ. На большом удалении r расположена круглая пластинка радиуса R. Нить проходит параллельно плоскости пластинки. Найти поток вектора электрического смещения через поверхность пластинки. $\lambda = 2$ мКл/м, $R = 1$ см, $r = 5$ м.

Ответ: 20 нКл

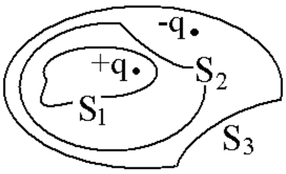


10.15 Электрическое поле создается бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда σ. На плоскость положили четверть сферы радиуса R. Найти поток вектора электрического смещения через поверхность четверти сферы. $\sigma = 2$ мКл/м^2, $R = 2$ см.

Ответ: 628 нКл

10.16э. Точечный заряд +q находится в центре сферической поверхности. Если добавить заряд +q за пределами сферы, то поток вектора напряженности электростатического поля $\vec{E}$ через поверхность сферы ...

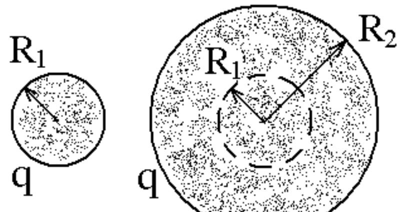
а) увеличится в 2 раза; б) уменьшится в 2 раза; <u>в) не изменится</u>



10.17э. Дана система точечных зарядов в вакууме и замкнутые поверхности S_1, S_2 и S_3. Поток вектора напряженности электростатического поля **равен нулю** через ...

а) S_1; б) S_2; <u>в)</u> S_3; г) S_1 и S_3; д) нет такой поверхности

10.18э. Электрический заряд q распределен равномерно внутри сферы радиуса R_1. Радиус сферы увеличили до $R_2 = 2R_1$, и заряд равномерно распределился по новому объему. Во сколько раз уменьшился поток вектора напряженности электрического поля сквозь сферическую поверхность радиуса R_1.



1) не изменился 2) в 2 раза 3) в 4 раза <u>4) в 8 раз</u>