

1. ВВЕДЕНИЕ

Физика – это наука о наиболее общих свойствах и формах движения материи.

В механической картине мира под материей понималось вещество, состоящее из частиц, вечных и неизменных.

Основные законы, полученные из экспериментов и наблюдений над телами, движущимися со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света, были сформулированы И. Ньютоном, поэтому механику, опирающуюся на эти законы, называют ньютоновской или классической.

Механическим движением называют перемещение тела в пространстве с течением времени.

В классической механике считается, что движение происходит в пространстве, свойства которого отражаются совокупностью аксиом и теорем евклидовой геометрии. Предполагается, что евклидово пространство не изменяет своих свойств в зависимости от расположения в нем материальных объектов, и является безграничным, однородным и изотропным.

Очевидно, что обнаружить перемещение по отношению к такому пространству невозможно, следовательно, механическое движение данного тела можно обнаружить только по отношению к какому-либо другому телу. Тело, которое служит для определения положения движущегося тела, называют **телом отсчета**. С телом отсчета обычно связывают одну из систем координат (прямоугольную, цилиндрическую, сферическую и т.д.). Для описания движения тел необходимо также иметь способ отсчета времени. В ньютоновской механике время считается абсолютным, текущим равномерно и одинаково во всех точках пространства и независимо от выбора тела отсчета.

Совокупность системы координат, связанной с некоторым телом отсчета, и набора синхронизированных часов, расположенных в разных точках пространства образует **систему отсчета**.

Описать движение в механике значит задать положение тела по отношению к выбранной системе отсчёта для любого момента времени.

В классической механике для упрощения описания движения реальных тел вместо них рассматривают движение идеализированных объектов: материальной точки и абсолютно твердого тела.

Материальная точка – это объект бесконечно малых размеров, обладающий массой. **Абсолютно твердое тело** – это совокупность материальных точек, расстояния между которыми при движении не изменяются. В дальнейшем для краткости абсолютно твердое тело обозначают термином "твердое тело".

Для описания движения в классической механике используют аппарат дифференциального и интегрального исчисления (математический анализ).

2. КИНЕМАТИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

2.1. Кинематические уравнения движения

материальной точки

2.2. Скорость и ускорение материальной точки

2.1. Движение материальной точки может быть описано тремя способами:

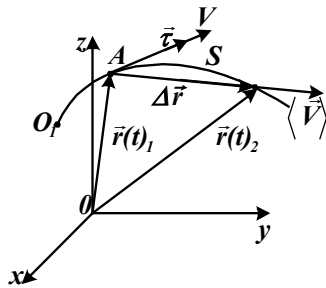
векторным, координатным и естественным. Этим трем способам описания соответствуют три вида кинематических уравнений движения:

– кинематическое уравнение движения в векторной форме:

$$\vec{r} = \vec{r}(t),$$

где \vec{r} – радиус-вектор материальной точки;

– кинематические уравнения движения в координатной форме, которые в неподвижной декартовой системе координат имеют вид:



$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

Рис. 1

Естественный способ описания движения применяют в том случае, когда задано уравнение траектории материальной точки. На траектории выбирают начало отсчета. Расстояние, измеренное вдоль траектории от начала отсчета до положения, занимаемого материальной точкой в некоторый момент времени, называют пройденным **путем** S (рис. 1). Кинематическое уравнение движения при таком способе описания при заданном уравнении траектории будет иметь вид: $S = S(t)$.

2.2. Скорость – это векторная величина, которая характеризует быстроту изменения положения материальной точки в пространстве и направление её движения в каждый момент времени:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Радиус-вектор материальной точки можно записать в виде

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (2.1)$$

С учетом выражения (2.1) для скорости получаем:

$$\vec{V} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}, \quad (2.2)$$

т.е. $V_x = \frac{dx}{dt}; V_y = \frac{dy}{dt}; V_z = \frac{dz}{dt}$.

Модуль скорости может быть тогда определен как:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}.$$

При естественном способе описания движения

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}.$$

С учетом того, что скорость направлена по касательной к траектории в каждой ее точке, будем иметь

$$\vec{V} = \frac{dS}{dt} \cdot \vec{\tau},$$

где $\vec{\tau}$ – тангенциальный вектор, модуль которого равен единице, и который направлен по касательной к траектории в каждой её точке.

Ускорение – это векторная величина, которая характеризует быстроту изменения скорости:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}.$$

С учетом (2.1) и (2.2) можно записать:

$$\vec{a} = \frac{dV_x}{dt} \vec{i} + \frac{dV_y}{dt} \vec{j} + \frac{dV_z}{dt} \vec{k}$$

или

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k}.$$

Модуль ускорения может быть найден из выражения:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dV_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dV_y}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dV_z}{dt}\right)^2}$$

или

$$a = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2}.$$

При естественном способе описания движения ускорение представляют как сумму **тангенциального** ускорения \vec{a}_τ , направленного по касательной к траектории движения в данной точке, и **нормального** (центростремительного) ускорения \vec{a}_n , направленного по нормали к касательной к центру кривизны траектории в данной точке:

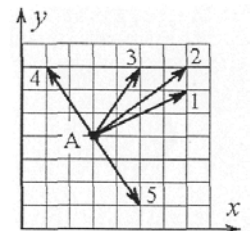
$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \frac{dV}{dt} \vec{\tau} + \vec{n} \frac{V^2}{R}. \quad (2.3)$$

Модуль тангенциального ускорения характеризует изменение величины (абсолютного значения) скорости. Модуль нормального ускорения характеризует изменение направления скорости.

ТЕСТЫ К РАЗДЕЛУ 2

1. Радиус-вектор частицы изменяется во времени по закону $\vec{r} = 2 \cos(2t) \vec{i} - 3 \cos(2t) \vec{j}$. В момент времени $t=1$ с частица оказалась в точке А. Выберите правильное направление скорости частицы в этот момент времени.

- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5



Ответ: г)

2. Начальная скорость частицы равна $\vec{v}_0 = 81\vec{i} - 16\vec{j}$, а ускорение меняется во времени по закону $\vec{a} = -6t^2\vec{i} + 4t^3\vec{j}$. Через сколько секунд скорость частицы окажется параллельной оси ОХ?

- а) 2 с б) 3 с в) 4 с г) никогда не будет параллельной ОХ

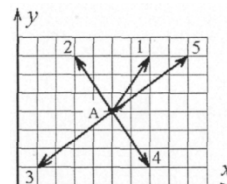
Ответ: а)

3. Скорость частицы изменяется во времени по закону $\vec{v} = 5t\vec{i} + 12t\vec{j}$. Во сколько раз будут отличаться величины тангенциального ускорения частицы в момент времени $t_1 = 1\text{ с}$ и $t_2 = 2\text{ с}$?

- а) в 2,4 раза б) в 13 раз в) не будут отличаться г) в 17 раз

Ответ: в)

4. Радиус-вектор частицы изменяется во времени по закону $\vec{r} = -2t^2\vec{i} + t^6\vec{j}$. В момент времени $t=1\text{ с}$ частица оказалась в точке А. Выберите правильное направление скорости частицы в этот момент времени.



- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) 5

Ответ: б)

5. Скорость частицы изменяется во времени по закону $\vec{v} = 5t\vec{i} + 12t\vec{j}$. Чему равна величина тангенциального ускорения частицы в момент времени $t_1 = 1\text{ с}$?

- а) 26 м/с² б) 13 м/с² в) 17 м/с² г) 34 м/с²

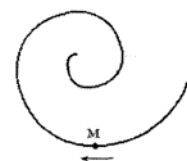
Ответ: б)

6. Начальная скорость частицы равна $\vec{v}_0 = 54\vec{i} - 16\vec{j}$, а ускорение меняется во времени по закону $\vec{a} = -6t^2\vec{i} + 4t^3\vec{j}$. Через сколько секунд скорость частицы окажется параллельной оси ОУ?

- а) 2 с б) 3 с в) 27 с г) никогда не будет параллельной оси ОУ

Ответ: б)

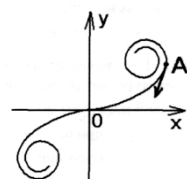
7. Точка М движется по спирали с постоянной по величине скоростью в направлении, указанном стрелкой. При этом величина нормального ускорения ...



- а) увеличивается б) уменьшается
в) не изменяется г) нет правильного ответа

Ответ: а)

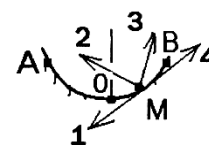
8. На рисунке изображена плоская кривая, называемая клотоидой (спиралью Корню). Точка А движется вдоль этой кривой в направлении, указанном стрелкой, с постоянной по величине скоростью. При этом величина ее полного ускорения ...



- а) равна нулю б) постоянна и не равна нулю
в) увеличивается г) уменьшается

Ответ: г)

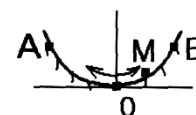
9. Материальная точка М свободно без трения скользит в поле силы тяжести по гладким стенкам симметричной ямы и в рассматриваемый момент времени движется вверх по направлению к точке В (А и В – наивысшие точки подъема). Укажите правильное направление вектора полного ускорения точки М (см. рисунок).



- а) 1 б) 2 в) 3 г) 4

Ответ: б)

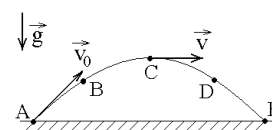
10. Материальная точка свободно без трения скользит в поле силы тяжести по гладким стенкам симметричной ямы (А и В – наивысшие точки подъема). При этом величина полного ускорения точки М ...



- а) равна нулю в точке В
 б) равна нулю в точке траектории О
 в) равна ускорению свободного падения во всех точках траектории
 г) не равна нулю и не совпадает с величиной ускорения свободного падения во всех точках траектории

Ответ: г)

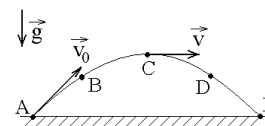
11. Камень бросили под углом к горизонту со скоростью V_0 . Его траектория в однородном поле тяжести изображена на рисунке. Сопротивления воздуха нет. Модуль тангенциального ускорения a_τ на участке С-Д-Е ...



- а) уменьшается б) увеличивается
 в) не изменяется г) нет правильного ответа

Ответ: б)

12. Камень бросили под углом к горизонту со скоростью V_0 . Его траектория в однородном поле тяжести изображена на рисунке. Сопротивления воздуха нет. Нормальное ускорение a_n на участке А-В-С ...



- а) уменьшается б) увеличивается
 в) не изменяется г) нет правильного ответа

Ответ: б)

13. Частица движется в плоскости ХУ по криволинейному участку траектории с радиусом кривизны $R = 2$ м. Скорость частицы изменяется во времени по закону $\vec{V} = 5 \sin(7t)\vec{i} + 5 \cos(7t)\vec{j}$. Чему равно тангенциальное ускорение в момент времени $t = 1$ с?

- а) 0 б) 8 м/с^2 в) 4 м/с^2 г) 28 м/с^2

Ответ: а)

3. КИНЕМАТИКА ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

3.1. Поступательное движение твердого тела

3.2. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

3.3. Связь линейных и угловых характеристик

движения

3.1. Описать движение твердого тела – это значит указать координаты, скорость и ускорение в любой момент времени для любой точки этого тела.

Простейшими видами движения твердого тела являются поступательное движение и его вращение вокруг неподвижной оси. Сложные движения твердого тела можно рассматривать как суперпозицию (наложение) вращательного и поступательного движений.

Поступательным называют такое движение, при котором любая прямая, связанная с телом, остается параллельной самой себе.

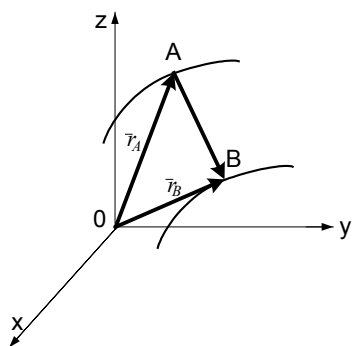


Рис. 2

Пусть закон движения точки А задан как $\vec{r}_A = \vec{r}_A(t)$. Докажем, что при поступательном движении любая другая точка В имеет ту же скорость и то же ускорение, что и точка А. Как следует из рис. 2: $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \overline{AB}$.

Учтём, что вектор \overline{AB} не изменяется с течением времени ни по величине (твёрдое тело), ни по направлению (поступательное движение). Тогда после дифференцирования по времени получаем:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A.$$

После повторного дифференцирования по времени имеем:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A.$$

Траектории точек А и В совмещаются при параллельном переносе.

3.2. Движение тела, при котором каждая его точка описывает окружность, и центры всех этих окружностей лежат на одной неподвижной прямой, называют вращательным движением тела вокруг неподвижной оси.

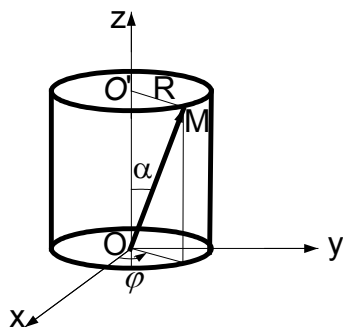


Рис. 3

Выберем систему отсчета таким образом, чтобы ось z совпадала с осью вращения, на которой лежат центры траекторий всех точек тела.

При вращении твердого тела все его точки за одинаковое время поворачиваются на одинаковый угол φ , называемый **углом поворота**, поэтому положение произвольной точки на траектории может быть описано уравнением:

$$\varphi = \varphi(t), \quad (3.1)$$

которое полностью описывает положение твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. При этом угол φ считают положительным при правом вращении, отрицательным – при левом вращении. Если явный вид функции (3.1) известен, то кинематические уравнения движения любой точки тела, например, точки М (рис. 3), также известны:

$$\begin{cases} x(t) = r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi(t); \\ y(t) = r \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi(t); \\ z(t) = r \cdot \cos \alpha. \end{cases}$$

Таким образом, положение твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, описывается одной переменной $\varphi(t)$.

Быстроту изменения угла поворота характеризует величина угловой скорости:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (3.2)$$

Угловая скорость твердого тела ω одинакова для всех точек тела. Угловая скорость представляет собой псевдовектор, не имеющий точки приложения, направленный вдоль оси вращения в сторону, связанную с направлением вращения правилом правого винта.

Псевдовектор углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ характеризует быстроту изменения вектора угловой скорости:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \quad (3.3)$$

Он направлен вдоль оси вращения в ту же сторону, что и угловая скорость, если движение ускоренное, и в противоположную, – если замедленное.

3.3. Выявим связь между линейной и угловой скоростями движения:

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{Rd\varphi}{dt} = R\omega.$$

Так как $R = r \cdot \sin \alpha$ (рис. 4), то $V = \omega \cdot r \cdot \sin \alpha$. Или, учитывая направление векторов \vec{V} , $\vec{\omega}$ и \vec{r} (рис. 4), можно записать:

$$\vec{V} = [\vec{\omega}, \vec{r}].$$

Модуль тангенциального ускорения можно представить в виде:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) = \varepsilon R = \varepsilon \cdot r \cdot \sin \alpha$$

Или в векторном виде:

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}],$$

где \vec{r} – радиус-вектор данной точки. Для модуля нормального ускорения имеем

$$a_n = \frac{V^2}{R} = \omega^2 R.$$

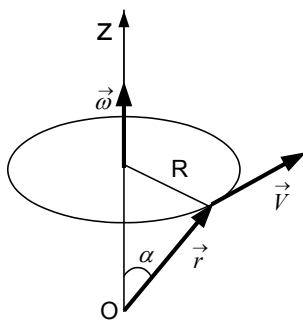


Рис. 4

ТЕСТЫ К РАЗДЕЛУ 3

1. Материальная точка М движется по окружности. На рис. 1 показан график зависимости проекции скорости V_τ от времени ($\vec{\tau}$ – единичный вектор положительного направления, V_τ – проекция на это направление). При этом вектор полного ускорения на

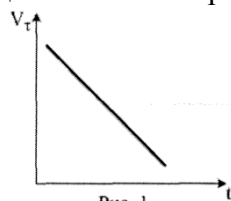


Рис. 1

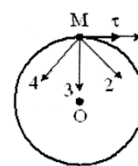


Рис. 2

рис.2 имеет направление

- а) 2 б) 1 в) 3 г) 4

Ответ: г)

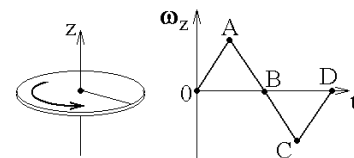
2. Частица движется вдоль окружности с радиусом 1 м в соответствии с уравнением $\varphi(t) = 2\pi(t^2 - 4t + 6)$, где φ – угол в радианах, t – время в секундах. Отношение величины нормального ускорения частицы к величине тангенциального (касательного к траектории)

ускорения $\frac{a_n}{a_\tau}$ в момент времени $t = 2$ с равно ...

- а) 0 б) 4π в) 8π г) 16π

Ответ: а)

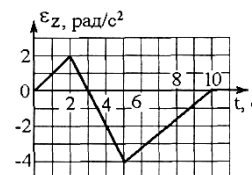
3. Диск вращается вокруг оси z, изменяя проекцию своей угловой скорости так, как показано на рисунке. На каких участках графика зависимости $\omega_z(t)$ вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ и вектор углового ускорения $\vec{\epsilon}$ направлены в одну сторону?



- а) 0-A и A-B б) 0-A и B-C
в) B-C и C-D г) всегда направлены в одну сторону

Ответ: б)

4. Твердое тело из состояния покоя начинает вращаться вокруг оси Z с угловым ускорением, проекция которого изменяется во времени, как показано на графике. В какой момент времени угловая скорость вращения тела достигнет максимальной величины?



- а) 2 с б) 3 с в) 5 с г) 10 с

Ответ: г)