

Тульский государственный университет.
Олимпиада по общей физике (ЕН факультет) 11 декабря 2011 г

1. Маленький шарик влетает горизонтально со скоростью $V = 3$ м/с в пространство между двумя массивными вертикальными стенками, которые перемещаются со скоростью $U = 1$ м/с. Определите горизонтальную и вертикальную составляющие скорости тела после 4-го удара о переднюю стенку. Расстояние между стенками $L = 1$ м. Удары абсолютно упругие. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². (12 баллов)

Решение:

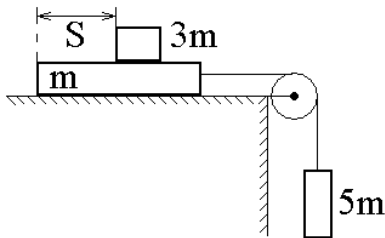
В инерциальной системе отсчета, связанной со стенками, шарик влетает в пространство между ними с относительной скоростью $v_{\text{отн}} = v - u = 2$ м/с. В горизонтальном направлении ускорения нет, в вертикальном направлении – ускорение свободного падения. В этой системе отсчета к моменту 4-го удара о переднюю стенку шарик проходит равномерно путь, равный

$S = L + 2L + 2L + 2L = 7L = 7$ м, и затрачивает на это время $\frac{S}{v_{\text{отн}}} = 3,5$ с. За это

время вертикальная скорость возрастет от 0 до $v_y = gt = 35$ м/с.

Горизонтальную скорость находим из принципа относительности движения $v = v_{\text{отн } x} + u = -2 + 1 = -1$ м/с.

Ответ: $v_y = 35$ м/с; $v_x = -1$ м/с



2. Систему из доски массой m , бруска массой $3m$ и груза массой $5m$ удерживают в покое. Затем систему отпускают, и доска движется по горизонтальной поверхности стола. Коэффициент трения доски о стол $\mu = 0,2$. Через какое время брусок свалится с доски, если верхняя поверхность доски абсолютно гладкая, а расстояние от бруска до левого края доски равно $S = 40$ см. Нить, соединяющая доску и груз, нерастяжимая и невесомая, блок невесомый. (16 баллов)

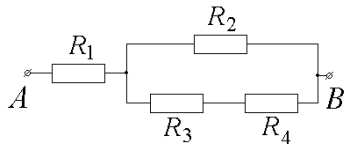
Решение:

Так как верхняя часть доски абсолютно гладкая, то груз $3m$ не будет перемещаться горизонтально. Таким образом надо найти время, в течение которого доска пройдет путь S , после чего она выскользнет из-под бруска $3m$. Сначала необходимо найти ускорение доски из уравнений динамики для доски и груза $5m$:

$$\begin{cases} T - \mu 4mg = ma \\ 5mg - T = 5ma \end{cases} \Rightarrow 5mg - 4\mu mg = 6ma \Rightarrow a = \frac{5 - 4\mu}{6} g = \frac{5 - 4 \cdot 0,2}{6} 10 = 7 \text{ м/с}^2.$$

Из уравнения кинематики равноускоренного движения $S = \frac{at^2}{2}$ найдем время

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,4}{7}} = 0,338 \text{ с} \quad \text{Ответ: } 0,338 \text{ с}$$



3. Между точками А и В схемы (см. рис.) приложено некоторое постоянное напряжение U . За $t = 2$ с на сопротивлении R_1 выделилось в три раза больше тепла, чем на сопротивлении R_2 . За это же время через сопротивление R_2 прошел заряд в пять раз больший, чем через сопротивление R_4 ? Чему равно сопротивление R_1 , если $R_3 = 2$ Ом, $R_4 = 3$ Ом. (14 баллов)

Решение:

$$q_2 = 3q_4 \Rightarrow I_2 t = 3I_4 t \Rightarrow I_2 = 3I_4$$

$$I_1 = I_2 + I_4 = 3I_4 + I_4 = 4I_4$$

$$U_2 = U_{3-4} \Rightarrow I_2 R_2 = I_4 (R_3 + R_4)$$

$$R_2 = \frac{I_4 (R_3 + R_4)}{3I_4} = \frac{2 + 3}{3} = 1 \text{ Ом}$$

$$I_1^2 R_1 t = 3I_2^2 R_2 t \Rightarrow R_1 = \frac{3I_2^2 R_2}{I_1^2} = \frac{3 \cdot 25I_4^2 \cdot 1}{16I_4^2} = 2,08 \text{ Ом}$$

4. Баллон вместимости $V = 80$ л наполнили воздухом при 27°C до давления 6 МПа. На какой глубине воздухом этого баллона можно вытеснить $V_1 = 600 \text{ м}^3$ воды из цистерны подводной лодки? Температура воздуха после расширения 3°C . Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$. (10 баллов)

Решение:

Если из цистерны вытеснить объем воды V_1 , то воздух из баллона займет объем $V + V_1 = 680$ л. Давление воздуха на глубине складывается из

атмосферного давления воздуха P и давления столба воды высотой h

$$P_2 = P + \rho gh$$

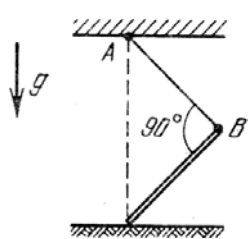
Используя уравнение Менделеева-Клапейрона, найдем V_1

$$P_1 V = \nu RT_1$$

$$(P + \rho gh)(V + V_1) = \nu RT_2$$

$$\frac{(P + \rho gh)(V + V_1)}{P_1 V} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow P + \rho gh = \frac{P_1 V}{(V + V_1)} \frac{T_2}{T_1} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot 80}{680} \cdot \frac{300}{276} = 7,67 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$h = \frac{7,67 \cdot 10^5 - 10^5}{1000 \cdot 10} = 66,7 \text{ м.}$$



5. Каким должен быть коэффициент трения однородного стержня о пол, чтобы он мог стоять так, как показано на рисунке? Длина нити AB равна длине стержня.

(10 баллов)

Решение

Плечо силы трения относительно точки A равно $h_1 = \sqrt{l^2 + l^2} = l\sqrt{2}$, где l длина нити и стержня.

Плечо силы тяжести относительно точки A равно $h_2 = \frac{l}{2} \sin 45^\circ = \frac{l\sqrt{2}}{4}$

Уравнение равновесия для моментов относительно точки A

$$mgh_2 = F_{mp}h_1 \Rightarrow F_{mp} = \frac{mgh_2}{h_1} = \frac{mgl\sqrt{2}}{4l\sqrt{2}} = \frac{mg}{4}$$

Уравнение равновесия для сил в проекциях на оси X и Y

$$\begin{cases} T \sin 45^\circ = F_{mp} \\ T \cos 45^\circ + N = mg \\ F_{mp} = \mu N \end{cases} \quad F_{mp} + N = mg \Rightarrow N = mg - F_{mp} = mg - \frac{mg}{4} = \frac{3mg}{4}$$

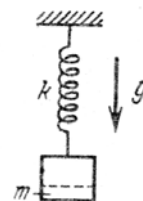
$$\mu = \frac{F_{mp}}{N} = \frac{mg \cdot 4}{4 \cdot 3mg} = \frac{1}{3}$$

Ответ: $\mu=0,33$

6. От груза, неподвижно висящего на пружине жесткости $k = 20$ Н/м, отрывается часть массы $m = 50$ г. На какую высоту (в см) поднимется после этого оставшаяся часть груза?

Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².

(10 баллов)



Решение:

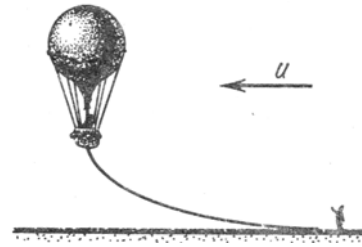
Новое положение равновесия будет выше старого на величину

$$\Delta x = \frac{mg}{k}$$

Вокруг этого положения груз будет колебаться с амплитудой Δx , то есть поднимется над положением равновесия на Δx до остановки. Таким образом общий подъем до остановки равен двойной амплитуде

$$h = 2\Delta x = \frac{2mg}{k} = \frac{2 \cdot 0,05}{20} = 0,005 \text{ м} = 0,5 \text{ см}$$

7. Масса воздушного шара вместе с канатом, волочащимся по земле, равна $m = 500$ кг; выталкивающая сила, действующая на шар, равна $F = 3$ кН; коэффициент трения каната о землю равен $\mu = 0,2$. Сила сопротивления воздуха, действующая на воздушный шар, пропорциональна квадрату скорости шара относительно воздуха: $f = 20V_{\text{отн}}^2$. Найдите скорость шара относительно земли, если дует горизонтальный ветер со скоростью $u = 5$ м/с. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с². (14 баллов)



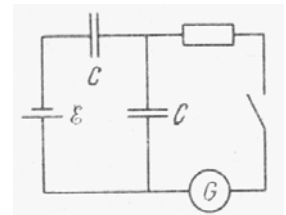
Решение:

2-й закон Ньютона в проекции на вертикальную ось Y
 $F + N - mg = 0 \Rightarrow N = mg - F = 5000 - 3000 = 2000$ Н

Сила трения равна $F_{\text{тр}} = \mu N = 0,2 \cdot 2000 = 400$ Н и она уравновешивает силу сопротивления воздуха f . Найдём относительную скорость

$V_{\text{отн}} = \sqrt{\frac{f}{20}} = \sqrt{\frac{400}{20}} = \sqrt{20} = 4,47$ м/с – это скорость, с которой ветер обгоняет шар. Значит скорость шара равна $V = u - V_{\text{отн}} = 5 - 4,47 = 0,53$ м/с

8. На рисунке изображена электрическая схема, включающая в себя источник с Э.Д.С. $E = 20$ В, два одинаковых конденсатора емкостью $C = 5$ мкФ, резистор, гальванометр и ключ. В начальный момент времени конденсаторы не заряжены. Какой заряд протечет через гальванометр после замыкания ключа? (14 баллов)



Решение:

Вертикальный конденсатор в конце процесса релаксации останется незаряженным, так как он подключен параллельно к резистору, ток через который прекратится. Верхний конденсатор зарядится при этом до ЭДС источника $E = 20$ В и на нем будет находиться заряд
 $q = CU = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 20 = 10^{-4}$ Кл.

Таким образом к двум обкладкам конденсаторов, соединенных в одной точке, через ключ и гальванометр пройдет заряд q , но он окажется только на одном конденсаторе.

Ответ: 10^{-4} Кл.