Олимпиада по физике на естественонаучном факультете ТулГУ 2004 г.

1. Две точки 1 и 2 движутся в плоскости xy. Проекции начальных скоростей и постоянных ускорений точек на оси x и y равны, соответственно, $v_{10x} = 3$ м/с; $v_{10y} = 0$; $v_{20x} = 0$; $v_{20y} = 4$ м/с; $a_{1x} = 0$; $a_{1y} = 2$ м/с^2; $a_{2x} = -1{,}5$ м/с^2; $a_{2y} = 0$. Найти косинус угла между векторами скоростей частиц $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ в момент времени $t = 2$ с.

Решение:

$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = v_{1x}v_{2x} + v_{1y}v_{2y}$=3·(–3)+4·4=7 м^2/с^2, т.к.

$v_{1x} = v_{01x} + a_{1x}t = 3$ м/с; $v_{1y} = v_{01y} + a_{1y}t = 2t = 4$ м/с;

$v_{2x} = v_{02x} + a_{2x}t = -1{,}5t = -3$ м/с; $v_{2y} = v_{02y} + a_{2y}t = 4$ м/с;

$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = v_1 \cdot v_2 \cdot \cos\alpha$; отсюда $\cos\alpha = \dfrac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{v_1 \cdot v_2} = \dfrac{7}{25} = 0{,}28$, т.к.

$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ м/с; $v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$ м/с.

Ответ: $\cos\alpha = 0{,}28$

2. Математический маятник с массой $m = 100$ г отвели в горизонтальное положение и отпустили без начальной скорости. Определить величину силы натяжения $F_н$ нити маятника в тот момент, когда она направлена под углом α = 30° к горизонту. Принять $g = 10$ м/с^2.

Решение:

По второму закону Ньютона в проекции на центростремительную ось

$$F_н - mg\sin\alpha = m\frac{v^2}{R}, \qquad (1)$$

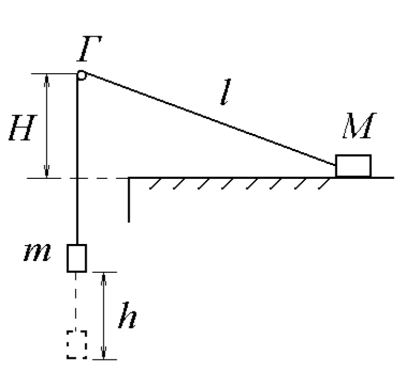
где R – длина нити, v – скорость маятника в момент, когда нить под углом α к горизонту.

По закону сохранения энергии

$$mgR\sin\alpha = \frac{mv^2}{2}. \qquad (2)$$

Подставим mv^2 из (2) в (1) и получим: $F_н = mg\sin\alpha + \dfrac{2mgR\sin\alpha}{R} = 3mg\sin\alpha$

Ответ: $F_н = 1{,}5$ Н



3. На абсолютно гладкой горизонтальной поверхности первоначально покоилось тело М = 1 кг. Нить, прикрепленная к телу, перекинута на удалении $l = 1{,}2$ м через гвоздь Г, закрепленный на высоте Н = 0,5 м над поверхностью. К другому концу нити подвешен груз m = 250 г. Система начинает двигаться без трения. Какую скорость v приобретет груз m, опустившись на высоту h = 20 см? Принять g = 10 м/с^2.

Решение:

Из закона сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2}+\frac{Mu^2}{2}=mgh\ , \qquad (1)$$

где v – скорость тела m, u – скорость тела M. Можно показать, что

$$u=\frac{v}{\cos\alpha}\ , \qquad (2)$$

где α – угол между нитью, привязанной к телу M, и горизонтом.

$$\cos^2\alpha=1-\left(\frac{H}{l-h}\right)^2=\frac{3}{4} \qquad (3)$$

Подставляя (3) в (2), а затем результат в (1), получаем

Ответ: $v=0,79$ **м/с.**

4. Период колебания математического маятника 3,6 с, максимальный угол его отклонения от вертикали 2°. Найти величину скорости маятника в момент прохождения положения равновесия, если g = 10 м/с^2.

Решение:

Уравнение колебаний $\varphi=\varphi_0\sin(\omega t+\alpha_0)$. Угловая скорость вращения равна $\frac{d\varphi}{dt}=\varphi_0\omega\cos(\omega t+\alpha_0)$. В положении равновесия угловая скорость максимальна, т.е. $\frac{d\varphi}{dt}=\varphi_0\omega=\varphi_0\frac{2\pi}{T}$. Длину нити найдем из $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$: $\qquad l=\frac{T^2g}{4\pi^2}$

Линейная скорость маятника $v=l\cdot\frac{d\varphi}{dt}=\frac{T^2g}{4\pi^2}\cdot\varphi_0\frac{2\pi}{T}=\frac{\varphi_0Tg}{2\pi}$

Ответ: 0,2 м/с.

5. Сосуд с пропускающими тепло стенками закрыт сверху свободно передвигающимся поршнем с площадью S = 30 см^2 и массой M = 2 кг. На поршень сверху со скоростью μ = 40 г/с начинают сыпать песок. Спустя какое время t газ под поршнем вдвое уменьшит объем? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па; g = 10 м/с^2.

Решение:

Если сосуд пропускает тепло, значит внутри поддерживается постоянная температура. Используем закон Бойля-Мариотта:

$$p_1V_1=p_2V_2 \qquad (1)$$

$$p_1=p_0+\frac{Mg}{S},\ p_2=p_0+\frac{Mg}{S}+\frac{\mu\,\mathrm{tg}}{S},\ V_2=\frac{V_1}{2} \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получаем

$$p_0+\frac{Mg}{S}=\frac{1}{2}\left(p_0+\frac{Mg}{S}+\frac{\mu t\cdot g}{S}\right),\Rightarrow t=\frac{p_0S+Mg}{\mu g}$$

Ответ: 800 с=13,3 мин

6. Две маленькие бусинки с массами m = 30 г и с зарядом q = 3 мкКл каждая могут свободно скользить вдоль горизонтальной струны без трения. Первая шайба первоначально покоилась, а левая, находясь на очень большом удалении, имела скорость v_0 = 3 м/с. На какое наименьшее расстояние l сблизятся шайбы?

Решение:

Из закона сохранения импульса найдем скорость бусинок в момент их наибольшего сближения.

$$mv_0 = mv_1 + mv_1 = 2mv_1 \Rightarrow \quad v_1 = v_0/2$$

Из закона сохранения энергии системы дыух бусинок найдем l.

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} + \frac{kq^2}{l}.$$

$$l = \frac{4kq^2}{mv_0^2} = \frac{4 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-12}}{0,03 \cdot 9} = 1,2 \text{ м}$$

Ответ: 1,2 м

7. К клеммам батареи с ЭДС 300 В подключена нагрузка, которая является двумя сопротивлениями R = 10 Ом, соединенными или параллельно, или последовательно. В обоих случаях на нагрузке выделяется одинаковая тепловая мощность. Чему она равна?

Решение:

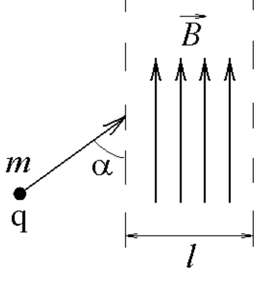
$$R_{\text{пар}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 5 \text{ Ом}; \; R_{\text{посл}} = R_1 + R_2 = 20 \text{ Ом}.$$

$$P_1 = I_1^2 R_{\text{пар}} = \left(\frac{\varepsilon}{R_{\text{пар}} + r}\right)^2 R_{\text{пар}}; \; P_2 = I_2^2 R_{\text{посл}} = \left(\frac{\varepsilon}{R_{\text{посл}} + r}\right)^2 R_{\text{посл}}$$

Т.к. $P_1 = P_2$, значит $5\left(\frac{\varepsilon}{5+r}\right)^2 = 20\left(\frac{\varepsilon}{20+r}\right)^2 \Rightarrow 20 + r = 10 + 2r \Rightarrow r = 10 \text{ Ом}$

$$P_1 = 5\left(\frac{300}{15}\right)^2 = 2000 \text{ Вт}$$

Ответ: 2 кВт



8. Частица с удельным зарядом $q/m = 4 \cdot 10^{12}$ Кл/кг, ускоренная разностью потенциалов Δφ, подлетает под углом α = 60° к вертикальным линиям индукции магнитного поля B = 5 мкТл, имеющего вид полосы шириной l = 30 см. Вектор скорости частицы лежит в плоскости, перпендикулярной полосе магнитного поля. Силой тяжести пренебречь. При какой наибольшей величине Δφ частица не пересечет область магнитного поля и не вылетит с другой стороны?

Решение:

$$F_л = qvB\sin\alpha = \frac{m(v\sin\alpha)^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv\sin\alpha}{qB} = l \Rightarrow$$

$$v = \frac{lqB}{m\sin\alpha} = \frac{0,3\cdot 4\cdot 10^{12}\cdot 5\cdot 10^{-6}\cdot 2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}\cdot 10^6 \text{ м/с}$$

$$q\Delta\varphi = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{mv^2}{2q} = \frac{48\cdot 10^{12}}{2\cdot 4\cdot 10^{12}} = 6 \text{ В}.$$

Ответ: 6 В

9. Прямоугольный замкнутый проводящий контур вращается с угловой скорос тью ω = 2,5 рад/с вокруг горизонтальной оси в однородном постоянном магнитном поле, линии индукции которого вертикальны. В момент t = 0 плоскость контура горизонтальна. В какой последующий момент времени t ЭДС электромагнитной индукции станет максимальной в первый раз?

Решение:

$\Phi = BS\cos(\omega t + \alpha_0)$. При $t = 0$ поток максимален (по условию), знаичит $\alpha_0 = 0$.

$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega\sin(\omega t)$. Максимальное значение ЭДС будет достигнуто в момент,

когда $\omega t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2\omega} = 0,2\pi = 0,628$ с.

Ответ: 0,628 с.

10. Расстояние от предмета П до экрана Э l = 64 см. Если на расстоянии a = 12 см от П расположить тонкую собирающую линзу Л, то на экране видно четкое изображение предмета. На какое расстояние Δx надо передвинуть линзу, чтобы снова увидеть на экране четкое изображение?

Решение:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{l-a} = \frac{1}{12} + \frac{1}{52} = \frac{64}{12\cdot 52} = \frac{1}{9,75}. \quad F = 9,75 \text{ см}.$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a-\Delta x} + \frac{1}{l-a+\Delta x} = \frac{64}{(12-\Delta x)(52+\Delta x)} = \frac{1}{9,75} \Rightarrow \Delta x = 40 \text{ см}.$$

Ответ: 40 см