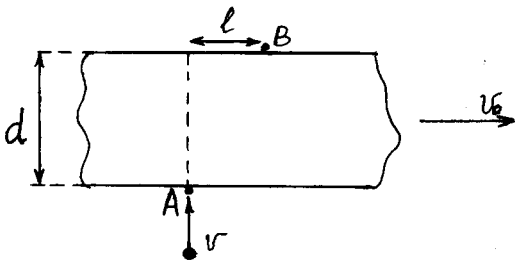


Тульский государственный университет.
Олимпиада по физике 16 марта 2003 г.



1. Вдоль неподвижной абсолютно гладкой горизонтальной плоскости со скоростью $v_0 = 3$ м/с движется полоса ширины $d = 3,6$ м, для которой коэффициент трения скольжения $\mu = 0,2$. Перпендикулярно полосе в точке A плоскости со скоростью $v = 4$ м/с влетает массивная шайба, которая соскакивает с полосы в точке B плоскости. Найти поперечное смещение шайбы l . $g = 10$ м/с². (12 баллов)

Решение:

В инерциальной системе полосы шайба имеет начальную скорость $\sqrt{v^2 + v_0^2} = 5$ м/с, направленную под углом α к скорости \vec{v} , и проходит путь $S = \frac{d}{\cos \alpha} = \frac{d\sqrt{v^2 + v_0^2}}{v} = 4,5$ м с ускорением $a = -\mu g = -2$ м/с², т.е. $S = \sqrt{v^2 + v_0^2} \cdot t - \frac{at^2}{2}$ и $t^2 - 5t + 4,5 = 0$ за $t = 1,18$ с. Смещение по полосе $l' = d \operatorname{tg} \alpha = d \frac{v_0}{v} = 2,7$ м, а смещение относительно плоскости $l = v_0 t - l' = 0,84$ м

2. Шарик, имеющий массу $m = 20$ г и энергию $0,025$ Дж, движется над горизонтальной плоскостью между двумя вертикальными стенками, расстояние между которыми $l = 20$ см. Все удары абсолютно упруги, причем к обеим боковым стенкам шарик подлетает и отскакивает по одной траектории на одной высоте h над плоскостью. При какой максимальной величине h это возможно? $g = 10$ м/с². (12 баллов)

Решение:

Шарик всегда падает посередине между стенами.

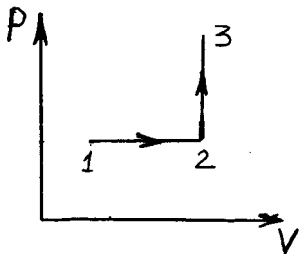
$$\left. \begin{aligned} l/2 &= v_0 t \\ h &= gt^2/2 \end{aligned} \right\}; t = \frac{l}{2v_0}; h = \frac{gl^2}{8v_0^2}; E = \frac{mv_0^2}{2} + mgh \Rightarrow v_0^2 = \frac{2E}{m} - 2gh;$$

$$8h \left(\frac{2E}{m} - 2gh \right) = gl^2 \Rightarrow h^2 - \frac{E}{mg} h + \frac{l^2}{16} = 0 \Rightarrow h^2 - \frac{1}{8} h + \frac{1}{400} = 0; h_{\max} = 10 \text{ см.}$$

3. В баллоне с предохранительным клапаном находится идеальный газ. Клапан начинает выпускать газ из сосуда при давлении $p_0 = 4,5$ атм. Чему было равно первоначальное давление газа в баллоне (в атмосферах), если при повышении температуры в полтора раза из баллона вытекла четверть содержавшегося в нем газа? (8 баллов)

Решение:

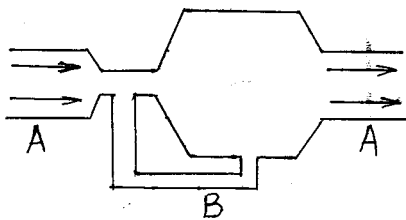
$$\begin{cases} p_1 V = \nu R T_1 \\ p_0 V = \frac{3}{4} \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{p_0}{p_1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow p_1 = p_0 \cdot \frac{8}{9} = 4 \text{ атм}$$



4. Одноатомный идеальный газ, находившийся в состоянии 1 переводят в состояние 3 двумя процессами, изображенными на диаграмме. При каждом процессе температура газа меняется на одинаковую величину. Найти отношение тепла, полученного газом а) к изменению его внутренней энергии; б) к совершенной им работе. (8 баллов)

Решение:

$$Q_{12} = p_1 \Delta V + \frac{3}{2} \underbrace{\nu R \Delta T}_{= p_1 \Delta V} = \frac{5}{2} p_1 \Delta V; \quad Q_{23} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} p_1 \Delta V; \quad \frac{Q}{\Delta U} = \frac{\frac{8}{2} p_1 \Delta V}{3 p_1 \Delta V} = \frac{4}{3}; \quad \frac{Q}{A} = 4$$

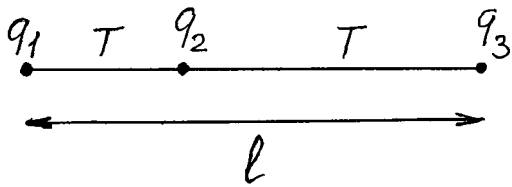


5. Труба A и тонкая боковая трубка B , соединяющая утолщение и утончение трубы, расположены горизонтально. По трубе в указанном направлении движется поток воды. С помощью законов физики объясните, возникнет ли движение воды в трубке B и, если да, то в каком направлении. (5 баллов)

Решение:

$$1) p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}; \quad 2) v_1 S_1 = v_2 S_2.$$

Из (1) следует, что в трубе с большим сечением вода должна течь медленнее. Поэтому из (2) следует, что давление в точке B будет больше, и вода будет течь от точки B к точке A по часовой стрелке.



6. Три положительных точечных заряда $q_1 = q = 6 \cdot 10^{-6}$ Кл; $q_2 = 2q$; $q_3 = 3q$ закреплены на нити длины l , как показано на рисунке. При какой длине нити l и в левом и в правом ее участке сила натяжения равна

$T = 14$ Н? $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф. (10 баллов)

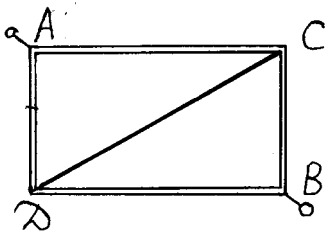
Решение:

Пусть l_1 – расстояние между зарядами 1 и 2. Тогда:

$$T = \frac{kq \cdot 2q}{l_1^2} + \frac{kq \cdot 3q}{l^2} = \frac{k \cdot 2q \cdot 3q}{(l-l_1)^2} + \frac{k \cdot q \cdot 3q}{l^2}. \text{ Отсюда } \frac{l-l_1}{l_1} = 3 \text{ или } l_1 = \frac{l}{4}.$$

$$T = \frac{kq^2 \cdot 2 \cdot 16}{l^2} + \frac{kq^2 \cdot 3}{l^2} = \frac{35kq^2}{l^2}. \Rightarrow l = q \sqrt{\frac{35k}{T}} = 90 \text{ см.}$$

7. Прямоугольную рамку из провода с сечением $S = 1$ мм², удельным сопротивлением $\rho = 10^{-6}$ Ом/м со сторонами $AD = 1$ м; $AC = 2$ м в точках A и B подсоединили к источнику напряжения $U = 10$ В, а точки C и D замкнули накоротко проводником, не имеющим сопротивления. Чему будет равен ток в проводнике CD ? (15 баллов)

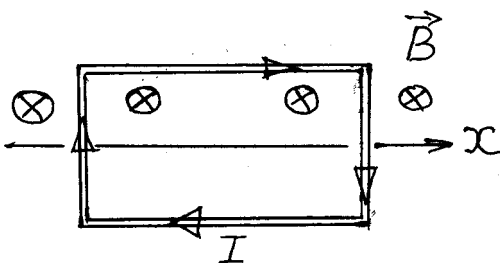


Решение:

$$R_{AD} = \rho \frac{AD}{S} = 1 \text{ Ом}; \quad R_{AC} = 2 \text{ Ом}. \quad I_{AC} \cdot 2R = I_{AD} \cdot R \Rightarrow 2I_{AC} = I_{AD}.$$

Из симметрии $I_{AC} = I_{DB}$, $I_{CB} = I_{AD} = 2I_{AC}$

$$U = I_{AC} \cdot 2R + I_{CB} \cdot R = 4I_{AC} \cdot R. \quad I_{AC} = \frac{U}{4R}; \quad I_{DC} = I_{AB} - I_{AC} = I_{AC} = 2,5 \text{ А.}$$



8. Найти ускорение прямоугольной проволочной рамки с площадью $S = 40$ см² и массой $m = 30$ г в тот момент, когда по ней протекает ток $I = 20$ мА. Рамка находится в перпендикулярном магнитном поле, индукция которого линейно возрастает с координатой x по закону $B = \beta_0 + \beta_1 x$, где $\beta_0 = \text{const}$, $\beta_1 = 6$ Тл/м (см. рис.). (10 балла)

Решение:

По второму закону Ньютона

$$ma = F_A(x+b) - F_A(x) = IaB(x+b) - IaB(x) = Ia\beta_1 b. \quad a = I\beta_1 S/m = 0,016 \text{ м/с}^2.$$

9. Покоящийся математический маятник массы $m = 20$ г имеет нулевую энергию. Ему сообщили механическую энергию $E = 10^{-6}$ Дж и он стал совершать незатухающие малые колебания. Какой путь проделает маятник за время $t = 6,28$ минут? Считать время колебаний очень большим по сравнению с периодом колебаний. Для малых углов $\sin \varphi \approx \varphi$; $\cos \varphi \approx 1 - \varphi^2/2$.

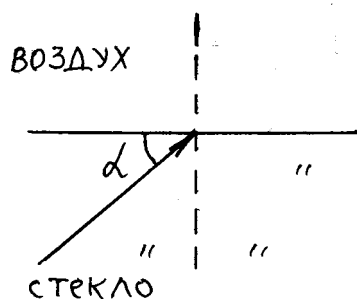
(12 баллов)

Решение:

$$\text{Из закона сохранения энергии } mgl(1 - \cos \varphi_0) = E = mgl \frac{\varphi_0^2}{2}; \quad \varphi_0 = \sqrt{\frac{2E}{mgl}}$$

– амплитуда колебаний. Тогда путь найдем, как

$$S = \frac{\Delta t}{T} \cdot 4l\varphi_0 = \frac{\Delta t}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \frac{4l\sqrt{2E}}{\sqrt{mgl}} = \frac{4\Delta t}{2\pi} \sqrt{\frac{2E}{m}} = 2,4 \text{ м}$$



10. Луч красного света с частотой $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц начинает выходить из стекла в воздух при возрастании угла между падающим лучом и границей сред до $\alpha = 60^\circ$. Чему равна длина волны этого света в стекле? (8 балла)

Решение:

Из закона преломления при полном внутреннем отражении $\frac{1}{n} = \frac{\sin(90^\circ - 60^\circ)}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{2}$.

$$\text{Значит } \lambda = \frac{c/n}{\nu} = \frac{c}{2\nu} = 300 \text{ нм}$$