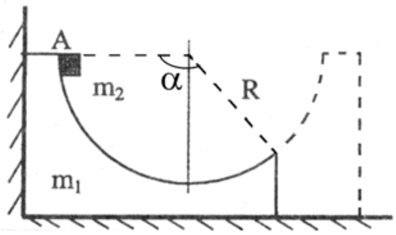
Тульский государственный университет.
Олимпиада по физике 3 марта 2002 г.

1. Массивный маленький грузик на длинной нити отводят в сторону на 90° и отпускают без толчка. Найти величину полного ускорения грузика, когда нить отклонится от горизонтали на 30°.

Решение:

$$ma_\tau = mg\cos\varphi; \qquad \frac{mv^2}{2} = mg\frac{l}{2} \Rightarrow v^2 = gl; \qquad a_n = \frac{v^2}{l} = g$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{g^2\cos^2\varphi + g^2} = g\sqrt{\frac{3}{4}+1} = \frac{\sqrt{7}}{2}g$$




2. На гладкой горизонтальной поверхности вплотную к стенке стоит симметричный брусок массы $m_1$=1 кг с углублением полуцилиндрической формы радиуса R. Затем от бруска по вертикали отрезали часть, как показано на рисунке. Из точки A без трения и начальной скорости соскальзывает маленькая шайба массы $m_2$. При какой наименьшей массе шайбы она не выскочит из углубления. α=120°.

Решение:

$$(m_1 + m_2)v = m_2 v_0$$

$$m_2 gR = \frac{(m_1+m_2)v^2}{2} + m_2 g\left(R - R\sin(\pi-\alpha)\right)$$

$$m_2 gR = (m_1+m_2)\frac{m_2^2 2gR}{2(m_1+m_2)^2} + m_2 gR - m_2 gR\sin\alpha$$

$$m_2^2 = m_2(m_1+m_2)\sin\alpha$$

$$m_2 = \frac{m_1\sin\alpha}{1+\sin\alpha}$$

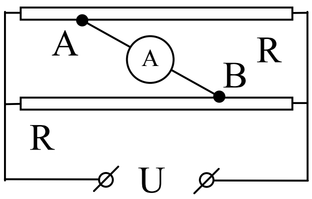
3. На стадионе тренируются конькобежцы. Они могут ездить по горизонтальным круговым траекториям, наименьший радиус которых равен $R_1$, а наибольший – $R_2$. Разгоняясь до максимально возможной скорости, велосипедист проезжает по кругу с самым маленьким радиусом за время $t_1$. За какое время он проедет по кругу с самым большим радиусом на максимально возможной скорости.

Решение:

$$\mu mg = \frac{mv_1^2}{R_1} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\mu g R_1} \Rightarrow t_1 = \frac{2\pi R_1}{v_1} = 2\pi\sqrt{\frac{R_1}{\mu g}}$$

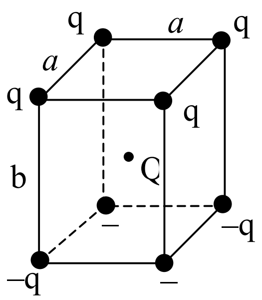
$$v_2 = \sqrt{\mu g R_2} \Rightarrow t_2 = \frac{2\pi R_2}{v_2} = 2\pi\sqrt{\frac{R_2}{\mu g}}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \Rightarrow t_2 = t_1\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$




4. Два куска проволоки длиной L и сопротивлением R каждый соединены параллельно, и к ним подсоединен источник тока с напряжением U. Амперметр с нулевым сопротивлением подсоединяют к точкам A и B. Точка A находится на первом куске на расстоянии L/4 от его левого конца, а точка B – на втором куске на расстоянии L/4 от его правого конца. Найти ток, текущий через амперметр.

$$\left.\begin{array}{l} I_1\dfrac{R}{4} = I_2\dfrac{3R}{4} \\ I_3\dfrac{3R}{4} = I_4\dfrac{R}{4} \\ I_1 = I_5 + I_3 \\ I_2 + I_5 = I_4 \\ U = I_1\dfrac{R}{4} + I_3\dfrac{3R}{4} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\| \begin{array}{l} I_1 = 3I_2 \\ I_4 = 3I_3 \\ I_1 + I_3 = I_4 - I_2 \\ I_1 - I_3 = 3I_3 - \dfrac{I_1}{3} \\ \dfrac{4I_1}{3} = 4I_3;\ I_1 = 3I_3 \\ U = 2I_3\dfrac{3R}{4} \Rightarrow I_3 = \dfrac{2U}{3R} \end{array}\right. \Rightarrow \left\| I_5 = I_1 - I_3 = 2I_3 = \frac{4U}{3R}\right.$$

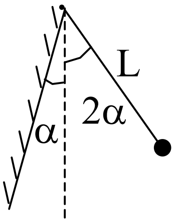



5. Поперечное сечение прямоугольного бруска – это квадрат со стороной *a*. Его высота равна *b*=4*a*. Во все верхние вершины бруска помещены положительные заряды *q*, а во все нижние – такие же по модулю но противоположные по знаку заряды. Найти силу, действующую на положительный заряд *Q*, помещенный в центр бруска.

Решение:

$$F_{1\ \text{верт}} = \frac{kqQb/2}{\left(a^2\dfrac{2}{4} + \dfrac{b^2}{4}\right)^{3/2}} = \frac{4kqQb}{\left(2a^2 + b^2\right)^{3/2}};$$

$$F_{\text{рез}} = 8F_1 = \frac{32kqQb}{\left(2a^2 + b^2\right)^{3/2}} = \frac{32\sqrt{2}}{27}\frac{kqQ}{a^2}$$




6. Математический маятник длины L подвешен к стене, которая имеет малый угол α с вертикалью. Маятник отклонили на угол 2α и отпустили без начальной скорости. Найти время движения маятника до первого столкновения его со стенкой.

Решение:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}};\quad \varphi = 2\alpha\cos(\omega_0 t);$$

$$t = t_1,\ \varphi = -\alpha\ \Rightarrow\ -\alpha = 2\alpha\cos(\omega_0 t_1);$$

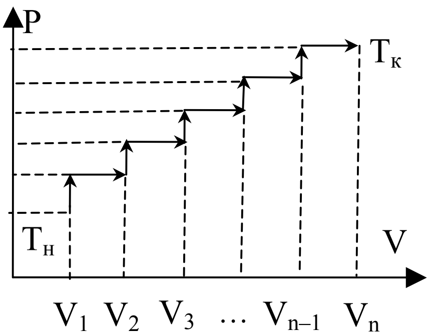
$$t_1 = \sqrt{\frac{L}{g}}\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{L}{g}}$$

7. Электрон летит прямолинейно в электрическом с напряженностью $\vec{E}$ и магнитном с индукцией $\vec{B}$ полях с постоянной скоростью $\vec{v}$. Обязательно ли должно выполняться условие перпендикулярности всех трех векторов $\vec{E}\perp\vec{B}\perp\vec{v}$?

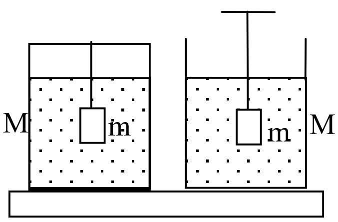
Решение:

$$q\left[\vec{v},\vec{B}\right] = -q\vec{E}\ \Rightarrow\ vB\sin\alpha = E$$

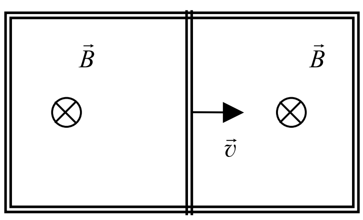
$$\vec{v}\perp\vec{E},\ \vec{B}\perp\vec{E},\quad \text{но}\quad \alpha\le 180^0$$




8. Ступеньчатый процесс, изображенный на диаграмме, состоит из изохорических и изобарических процессов, переводящих 5 молей одноатомного идеального газа из начального состояния с температурой $T_н$ = 273 К в конечное состояние с температурой $T_к$ = 473 К. При этом известно, что изменение температуры газа при всех изохорических и изобарических процессах одинаково. Определить количество тепла, которое надо сообщить газу для такого перехода из начального в конечное состояние. Универсальная газовая постоянная R = 8,31 Дж/кг·К; n = 10.




9. В каком случае сила давления, действующая на опору будет больше и на сколько, если груз подвешен к потолку или когда он подвешен к крышке сосуда? Масса сосуда вместе с водой M, масса груза m. Плотность груза в 5 раз больше плотности воды.



10. По проводящему прямоугольнику, находящемуся в однородном магнитном поле, скользит проводящая перемычка со скоростью $\vec{v}$. Потечет ли ток через перемычку? Если да, то в какую сторону. Если нет, то почему? Вначале перемычка делила прямоугольник пополам.