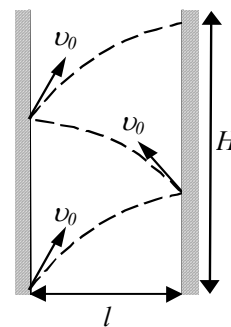


Тульский государственный университет
Кафедра физики
Олимпиада по физике 2000 г.

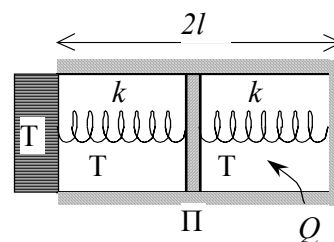
1. Маленькая белка поднимается вверх, прыгая от одного вертикально-го дерева к другому, как показано на рисунке. Величина скорости белки в момент отталкивания от дерева каждый раз равна $v_0=6$ м/с. За какое наименьшее время поднимется белка на высоту $H=16,2$ м, если расстояние между деревьями равно $l=0,72$ м? Принять $g=10$ м/с². (8 баллов)



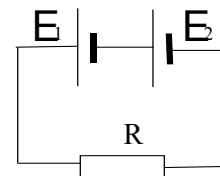
2. В вершинах правильного пятиугольника со стороной $a=1$ м были закреплены небольшие одинаковые шарики с равными зарядами. В некоторый момент времени один из шариков был освобожден, а через достаточно большой промежуток времени был освобожден соседний шарик.

Оказалось, что на достаточно большом расстоянии от пятиугольника кинетические энергии отпущенных шариков различаются на величину $K=10$ Дж. Найдите заряд q каждого шарика. (7 баллов)

3. Левый торец горизонтального цилиндрического сосуда длиной $2l=40$ см соединен с термостатом «Т», поддерживающим температуру газа T в левой части сосуда постоянной. Остальные стенки сосуда и тонкий поршень Π тепло не проводят. Вначале поршень делил сосуд на две равные части, в каждой из которых было по 1 молю одноатомного газа при $T=300$ К. Пружины жесткости $k=8310$ Н/м каждая, которыми он был прикреплен к торцам цилиндра, были не деформированы. После того, как газу в правой части сообщили тепло $Q=10$ кДж, поршень передвинулся влево на $\Delta l=10$ см. Какое количество тепла Q' было отдано термостату? (8 баллов)



4. К батарее из двух элементов с $E_1=E_2=80$ В последовательно подключена нагрузка с сопротивлением $R=1$ Ом. Если замкнуть накоротко элемент E_2 , то выделяемая на нагрузке тепловая мощность возрастает в 4 раза. А если накоротко замкнуть элемент E_1 – то мощность на нагрузке уменьшается в $625/256$ раз. Найти тепловую мощность на нагрузке при двух элементах E_1 и E_2 . (5 баллов)



5. В некоторой области пространства созданы однородные магнитное поле с индукцией $B=1$ Тл и электрическое поле с напряженностью $E=200$ В/м. В эту область влетает заряженная частица и летит с постоянной скоростью \vec{v} . Проекция скорости на направление магнитного поля $v_1=300$ м/с. В какое наибольшее число раз можно уменьшить скорость другой частицы с вдвое большим зарядом и той же массой, чтобы она могла двигаться в этой области прямолинейно? (5 баллов)

6. Почему при открывании ворот шлюза у судна, заходящего из моря в реку, должен работать мотор, чтобы оно двигалось вперед, а судно, выходящее из реки в море, само движется вперед даже при выключенном моторе? Ворота открываются тогда, когда через отверстие в нижней части ворот вода перестает поступать из шлюза в море или наоборот. (2 балла)

7. Почему прыгун с шестом разбегается для прыжка в высоту как можно сильнее, а прыгун в высоту без шеста разбегается не очень сильно? (2 балла)

8. Почему небо голубое, облака белые, тучи черные, а заря красная? Попробуйте объяснить причину появления каждого цвета. (3 балла)

Решения задач.

1. За каждый прыжок высота возрастает на h , где

$$\left. \begin{aligned} l &= v_o \cos \alpha t_1 \\ h &= v_o \sin \alpha t_1 - \frac{gt_1^2}{2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} t_1 &= l / (v_o \cos \alpha) \\ h &= l \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{gl^2}{2v_o^2 \cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

Усредненная вертикальная скорость $v_g = \frac{h}{t_1} = v_o \sin \alpha - \frac{gl}{2v_o \cos \alpha}$ (*)

Время подъема $t = \frac{H}{v_g}$ будет минимально при $v_g = \max$.

$$\frac{\partial v_g}{\partial \alpha} = v_o \cos \alpha - \frac{gl \sin \alpha}{2v_o \cos^2 \alpha} = 0. \text{ Отсюда получаем уравнение: } tg^3 \alpha + tg \alpha = \frac{2v_o^2}{gl} = 10.$$

Решение этого уравнения $tg \alpha = 2$. или $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$; $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Подставляем в (*)

$$t_{\min} = \frac{H}{2v_o/\sqrt{5} - gl\sqrt{5}/2v_o} \approx 2,5 \text{ с.}$$

$$2. \frac{mv_1^2}{2} = kq^2 \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{N-1}} \right); \quad \frac{mv_2^2}{2} = kq^2 \left(\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{N-1}} \right);$$

$$K = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = \frac{kq^2}{a_1} \Rightarrow q = \sqrt{\frac{Ka}{k}} = 3,33 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$$

$$3. Q - Q' = 2 \frac{k}{2} \left(\frac{l}{2} \right)^2 + v \frac{3}{2} R \Delta T_{\pi}$$

$$\begin{cases} p_{\pi} S = 2k \frac{l}{2} + p_{\pi} S \\ vRT_o = p_{\pi} \frac{1}{2} l S \\ vR(T_o + \Delta T) = p_{\pi} \frac{3}{2} l S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} vR(T_o + \Delta T) = \frac{3}{2} kl^2 + \frac{3}{2} l p_{\pi} S = \frac{3}{2} kl^2 + 3vRT_o \\ vR \Delta T = \frac{3}{2} kl^2 + 2vRT_o \\ Q - Q' = k \frac{l^2}{4} + \frac{9}{4} kl^2 + 3vRT_o \Rightarrow Q' = Q - 3vRT_o - \frac{5}{2} kl^2 = 1690 \text{ Дж} \end{cases}$$

$$4. \frac{I'}{I} = \frac{\varepsilon_1 / (R + r_1)}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) / (R + r_1 + r_2)} = 2 \Rightarrow R + r_1 + r_2 = 2 \cdot 2 \cdot (R + r_1) \Rightarrow r_2 = 3R + 3r_1$$

$$\frac{I}{I''} = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) / (R + r_1 + r_2)}{\varepsilon_2 / (R + r_2)} = \frac{25}{16} \Rightarrow 2 \cdot 16(R + r_2) = 25(R + r_1 + r_2) \Rightarrow 7R + 7r_2 = 25r_1$$

отсюда $7R + 21R + 21r_1 = 25r_1$; $r_1 = 7R$; $r_2 = 24R$

$$P = \left(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} \right)^2 R = \left(\frac{160}{32} \right)^2 = 25 \text{ Вт}$$

5. Проекция скорости на направление магнитного поля равна $v_1 = v \cos \alpha = 300 \text{ м/с}$. Сила Лоренца со стороны магнитного поля по модулю равна силе действия электрического поля, т.е. $F_{\text{л}} = qvB \sin \alpha = F_{\text{э}} = qE$. Таким образом $v \sin \alpha = E/B = 200 \text{ м/с}$.

$v = \sqrt{v_1^2 + \left(\frac{E}{B} \right)^2} = 100\sqrt{13} \text{ м/с}$. Аналогично действуем для другой частицы. Для минимальной скорости в этих же полях требуется, чтобы $v_1 = 0$. Тогда $v_{\text{min}} = E/B = 200 \text{ м/с}$. Скорость можно уменьшить в $\sqrt{13}/2$ раз.

6. Плотность воды ρ_1 в пресной реке меньше, чем плотность воды ρ_2 в соленом море. Поэтому при выравнивании гидростатических давлений по обе стороны от ворот шлюза (вблизи отверстия) $p = \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$ уровень пресной воды внутри шлюза h_1 окажется выше, чем уровень соленой воды h_2 в море. При полном открывании ворот эти уровни выравниваются, и судно будет вынесено потоком воды из шлюза.

7. Чтобы прыгнуть в высоту без шеста, прыгун должен как можно выше поднять свой центр масс. Поэтому, разбегаясь не слишком сильно, чтобы попасть в необходимую точку прыжка, он в последний момент как можно сильнее отталкивается вверх. Прыгун же с шестом разбегается как можно быстрее, потому что кинетическая энергия его движения переходит в упругую потенциальную энергию сгибающегося фибerglassового шеста. Далее шест распрямляется и толкает спортсмена вверх, сообщая ему дополнительную кинетическую энергию вертикального движения.

8. Прямой солнечный луч, проходя через атмосферу, рассеивается на микроскопических флуктуациях молекул (газа). Но наиболее хорошо рассеивается свет с короткими длинами волн λ (фиолетовые и синие лучи). Поэтому окраска безоблачного неба (рассеянных лучей) имеет голубой цвет. По той же причине в прямых лучах заходящего или восходящего Солнца, проходящих толстый слой атмосферы, сохраняются лучи наименее рассеиваемого света с большими λ (красный цвет зари).

Проходя через облака, состоящие из мельчайших кристалликов льда или капелек воды, солнечный (белый) свет отражается от их поверхностей во всех направлениях, и, попадает в глаз наблюдателя. При этом облака кажутся окрашенными в белый цвет. Но если концентрация капелек большая (дождевые или снеговые облака), то значительная часть солнечного света будет поглощена этими каплями или рассеяна в других направлениях. Наблюдатель такие облака видит темными.